КЫРГЫЗ УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН атындагы КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

01.17.560 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

УДК: 519.633

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

СПЕКТР ЧЕКИТИ ЭСЕЛҮҮ СИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ПАРАБОЛАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – дифференциялдык теңдемелер, динамикалык тутумдар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек - 2019

Диссертациялык иш С. Нааматов атындагы Нарын мамлекетик университетинин агрардык-техникалык факультетинин маалыматтык технологиялар кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Омуралиев Асан Сыдыгалиевич** (Кыргыз-Түрк Манас университети, Колдонмо математика жана информатика бөлүмүнүн башчысы)

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Какишов Каныбек Какишович** (Кыргыз улуттук университети, Колдонмо математика жана информатика кафедрасынын башчысы, Бишкек)

физика-математика илимдеринин доктору, доцент **Турсунов Дилмурат Абдиллажанович** (Ош мамлекеттик университети, Информатика кафедрасынын доценти, Ош)

Жетектөөчү мекеме: Жалал-Абад мамлекеттик университети, 715600, Жалал-Абад шаары, Ленин көч., 57

Диссертацияны коргоо 2019-жылдын «___» _______ саат 14-00дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д. 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт., дареги: 720054, Бишкек ш., Чүй проспекти, 265-а., 374 кабинет.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Борбордук илимий китепканасынан, УИА МИ www.math.aknet.kg сайтынан жана Ж. Баласагын атындагы КУУнун nauka.knu.kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2019-жылдын «_____»_____________ таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф-м.и.д., профессор Байзаков А.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Асимптотикалык ыкмалар дифференциялдык теңдемелер теориясында маанилүү орунду ээлешет. Бул дифференциялдык теңдемелер теориясында каралуучу маселелердин басымдуу көпчүлүгү ошол маселелерге кирүүчү сандык жана өзгөрмө параметрлерден татаал көз карандылыктан улам айкын чыгарылышка ээ болушпаганы менен түшүндүрүлөт. Бирок, эгер параметрлердин кээ бири абдан кичине же абдан чоң экени белгилүү болсо, чыгарылышты туура сыпаттоо же жакындатылган чыгарылышты табуу кыйла жеңилдейт. Мындай маселелерди чыгаруу үчүн асимптотикалык ыкмалар колдонулат. Бул ыкмалар, эреже катары, каралып жаткан маселенин бөтөнчөлүгү менен байланышкан. Асимптотикалык ыкмаларды колдонуу менен ийгиликтүү чыгарылуучу маселелердин класстарынын бири, сингулярдуу козголгон маселелер болуп саналат. Мындай маселелер курчап турган дүйнөнүн көптөгөн реалдуу моделдерин сыпатташат. Алар изилдөөчү-физиктерге мына ошонусу менен кызыктуу.

XX кылымдын кыркынчы жылдарынан тартып, чектеш катмардагы кубулуштарды сыпаттоочу сингулярдуу козголгон теңдемелерди асимптотикалык интегралдоо ыкмаларын иштеп чыгууга багытталган интенсивдүү изилдөөлөр жүргүзүлүп келет. Ушул багыттын өнүгүүсүнө А.Н. Тихонов, В. Вазов, Л.С. Понтрягин, Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский, В.П. Маслов, М.И. Вишик, Л.А. Люстерник, А.Б. Васильева, М.И. Иманалиев, С.А. Ломов, В.Ф. Бутузов, К.А. Касымов ж.б.лар чоң салым кошушту. Ушул окумуштуулардын жана алардын шакирттеринин күч-аракеттери менен сингулярдуу козголгон теңдемелерди чыгаруунун ар кыл асимптотикалык ыкмалары түзүлгөн. Асимптотикалык интегралдоо алгоритмдеринин өнүгүүсүнө жараша алардын колдонулуучулугунун да кээ бир көйгөйлөрү пайда болгон. Ошондуктан асимптотикалык ыкмалар айрым алынган маселелерди чыгарууда иштелип чыккан. Алсак, А.Б. Васильева жана М.И. Иманалиев иштеп чыгышкан кеңири белгилүү чектеш функциялар ыкмасы, экспоненциялуу чектеш катмарлуу маселелерге колдонулат, Крылов-Боголюбов-Митропольскийдин ортоктоштуруу ыкмасы менен оң бөлүктөрү убакыт боюнча түпкү орточонун болуусуна жол берген теңдемелер иликтенет. Өткөн кылымдын алтымышынчы жылдарында С.А. Ломов иштеп чыккан ыкма, жалган окко карата чектүү оператордун жайгашуусуна чектөөнү алып салган. Ушул ыкмада алынуучу асимптотикалык катарлар, функциялардын белгилүү бир классынын ичинен жалгыз гана, термелүүчү жана термелбөөчү типтердеги маселелерге карата колдонууга жол берет, изделип жаткан функцияларга карата кээ бир чектөөлөрдө маселелер асимптотикалык гана эмес, так маанидеги чыгарылышын ала алышат. Регулярлоо (тартипке келтирүү) ыкмасынын теориялык негизи, сингулярдуу козголгон маселенин чыгарылышы кош маанидеги: регулярдуу жана сингулярдуу козголуудан көз каранды экенинде жатат. Регулярлоо ыкмасынын негизги идеясы кошумча көз карандысыз өзгөрмөлөрдү киргизүүнүн жардамы менен чоң өлчөмдүү мейкиндикке өтүүсүндө турат. Чектүү оператордун спектринин жардамы менен киргизилген кошумча өзгөрмөлөр, чыгарылыштын параметрден сингулярдуу көз карандылыгын сыпатташат. Азыркы мезгилге чейин ыкма кадимки дифференциялуу теңдемелер жана жекече туундулардагы сингулярдуу козголгон теңдемелердин кээ бир класстары үчүн өнүгүп келген. Ыкманын өнүгүүсү чектүү оператордун спектрин колдонууга негизделген. Мурда иликтенген маселелерде, кичине параметр боюнча чыгарылыштын сингулярдуулугу спектр аркылуу сыпатталган.

Бөлүштүрүлгөн кинетикалык тутумдардын математикалык моделинде ар бир мейкиндиктик чекит термелүүлөрдүн генераторун берет, ал эми ошол генераторлордун ортосундагы байланыш диффузия (же жылуулук өткөргүчтүк) аркылуу жүзөгө ашырылат. Ушундай түрдөгү бөлүштүрүлгөн тутумдардын мисалы болуп, химиялык реакциялар, экологиялык тутумдар, кээ бир жарым өткөргүчтүк конструкциялар ж.б. кызмат кылышат. Кичине параметрди камтыган параболалык теңдемелер менен мына ошол процесстер сыпатталышат.

Изилденип жаткан процесс чоң туундуларда кичине параметрлүү дифференциялдык теңдемелер менен сыпатталган учурда, мындай теңдемелер сингулярдуу козголгон теңдемелер аталышын алышкан. Сингулярдуу козголгон теңдемелер менен сыпатталган процесстер үчүн тең өлчөмсүз өтүүлөр, аларда “ылдам” жана “жай” түзүүчүлөрдүн барлыгы мүнөздүү, муну каралып жаткан дифференциялуу тутумдун “катуулугу” шарттайт. Катуу тутумдар үчүн чукулдатылган чыгарылыштарды эсептөөнүн салттуу алгоритмдери өз майнаптуулугун жоготушат. Бул чек аралык чекиттердин айланасында жайгашкан көз карандысыз өзгөрмөнүн маанилеринде пайда болуучу чектеш катмар аймагында туюлат.

Пайда болгон кыйынчылыктарды изилденип жаткан маселени алдын ала асимптотикалык талдоонун жардамы менен жоюуга болот, ал дифференциялдык теңдемелерди асимптотикалык интегралоо ыкмасынын негизинде жүргүзүлөт.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Эгер чектүү оператор спектринин эселенген нөлдүк чекитине ээ болсо, сингулярдуу козголгон маселелердин чыгарылыштарында таптакыр жаңы жана татаал майнаптар пайда болушат. Ошондуктан кичине параметрдеги параболалык типтеги дифференциялдык теңдемелер үчүн мындай маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу илимий жана практикалык кызыгуу туудурат. Диссертациялык иште чектүү оператор спектринин эселенген чекитине ээ болгондо ар кыл коюулардагы сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер үчүн чектик маселелер иликтенет.

Изилдөөнүн методикасы. Диссертациялык иште иликтенүүчү маселелердин чыгарылыштарынын регулярланган асимптотикасын куруууда С.А. Ломовдун ыкмасы колдонулат, аны А.С. Омуралиев тарабынан сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди изилдөөлөр үчүн модификациялаган.

Илимий жаңылыгы. Диссертациялык иште сингулярдуу козголгон параболалык типтеги дифференциялдык теңдеме үчүн биринчи чектик маселени иликтеп, төмөнкү жаңы натыйжалар алынган:

- кичине параметр мезгил боюнча туундунун астында тургандагы спектринин нөлдүк эселүү чекити бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасы тургузулган;
- чектүү оператор спектринин эселүү нөлдүк чекитине ээ болгондогу, кичине параметр бардык туундулардын астында тургандагы чыгарылыштын регулярланган асимптотикасы тургузулган;
- чектүү оператор спектринин эселүү нөлдүк чекити менен катар, спектринин туруксуз чекитин да камтыгандагы учурлар изилденген;
- чектүү оператордун жордандык чатырашка эквиваленттүүлүгүн божомолдоодо, спектри нөлдүк эмес болгондо, чыгарылыштын асимптотикалык түзүлүшү иликтенген;
- спектри болбогон четтик маселелердин чыгарылышынын асимптотикасын тургузуу;

Теориялык жана практикалык маанилүүлүгү. Бул иш теориялык багытталышка ээ. Жетишилген натыйжаларды сингулярдуу козголгон дифференциялдык, интегро-дифференциялдык теңдемелерди изилдөө үчүн, ошондой эле кээ бир сингулярдуу козголгон теңдемелерди сапаттуу изилдөөдө, колдонуу аймактардагы: физикадагы, экологиядагы, химиялык реакциялардагы, кээ бир жарым өткөргүчтүк конструкциялардагы процесстерди сапаттуу изилдөөдө; Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын, Ж. Баласагын атындагы КУУнун, “Манас” КТУнин интегралдык жана дифференциялдык теңдемелер боюнча изилдөөлөрүндө, ошондой эле Кыргыз Республикасынын ЖОЖдорунда профилдик жана башка табияттык-техникалык багыттар үчүн атайын курстарды иштеп чыгууда колдонууга болот.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору:

- кичине параметр убакыт боюнча туундунун астында турганда, спектринин нөлдүк эселүү чекити болгон параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасын тургузуу;

- кичине параметр бардык туундуларга катышканда жана чектүү оператор спектринин нөлдүк эселүү чекитине ээ болгондо, маселенин регулярланган асимптотикасын тургузуу;
- спектринин нөлдүк эселүү жана туруксуз чекиттери бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасын тургузуу;
- сингулярдуу козголгон маселелер үчүн регуляризациялоо усулун кризистик учурдагы сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер тутумуна жалпылоо;
- спектринин нөл эмес эселүү чекити болгондо жана чектүү оператор жордандык чатырашка эквиваленттүү болгондо параболалык маселенин чыгарылышынын асимптотикасын куруу;
- спектри болбогон четтик маселелердин чыгарылышынын асимптотикасын тургузуу;

Изденүүчүнүн жекече салымы. Диссертацияда маселени коюу илимий жетекчиге тиешелүү, ал эми изденүүчү коюлган маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузган жана чыгарылышытын асимптотикалык мүнөзүн аныктаган.

Диссертациянын натыйжаларынын апробациясы. Иштин натыйжалары «Манас» Кыргыз-Түрк университетинин илимий семинарларында, Казакстан Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын академиги, профессор Мухтарбай Отелбаевдин 70 жылдыгына карата Астана шаарында 2012-жылы өткөрүлгөн "Функциональный анализ и его приложения" аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда, Пермь мамлекеттик улуттук изилдөөчүлүк университетинин жүз жылдыгына арналып Пермь шаарында 2016-жылдын 16-21-майында өткөрүлгөн «Математика и глобальные вызовы XXI века» симпозиумда баяндалган.

Диссертациянын темасы боюнча публикациялар. Диссертациянын натыйжалары жалпысы 12 илимий эмгекте жарыяланган [1-12]. Тогуз биргелешкен эмгекте маселени коюу жана натыйжаларды талкуулоо илимий жетекчиге, ал эми маселени чечүү, натыйжаларды алуу авторго тийиштүү.

Иштин көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация шарттуу белгилер менен туюнтмалардын тизмесинен, киришүүдөн, параграфтар менен пункттарга бөлүнгөн үч баптан, ар бир бап боюнча корутундудан жана 100 булактан турган пайдаланылган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациялык иш компьютерде терилген 121 барак текстте баяндалган.

ИШТИН КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугунун негизделиши, иштин жалпы мүнөздөмөсү жана диссертацияда колдонулуучу көмөкчү материал берилген.

Биринчи бап диссертациянын темасы боюнча адабияттарга серепти камтыйт, изилдөөнүн темасы боюнча башка авторлордун иште көп жолу колдонулган корутундуларынын кээ бир натыйжалары келтирилет.

Экинчи бапта изилдөөнүн объектиси жана предмети баяндалып, изилдөөгө колдонулган методдордон турат

Үчүнчү бап үч параграфтан туруп, параграф 3.1. төмөнкү теңдеме үчүн аралаш маселени чыгарууга арналган

$$L_\varepsilon \equiv \varepsilon\, \partial_t u - L(x,t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in Q, \qquad u\big|_{t=0} = h(x), \quad u\big|_{\Gamma} = 0 \qquad (1)$$

$\varepsilon \to 0$ болгондо, мында Q= $\Omega \times (0,T)$, Ω аймагы чектелген жана Γ жылмакай чек арага ээ; $L(x,t)$ – ар бир $t \in [0,T]$ үчүн сызыктуу өзүнө түйүндөш эллипстик оператор.

Маселени төмөнкү болжолдоолордо чыгарабыз:

1) Оператор $L(x,t)$ жөнөкөй түзүмдүн оператору болуп саналат да, ар бир $t \in [0,T]$ үчүн төмөнкү шарттарды канааттандыруучу $\{\lambda(t)\}$ спектрге ээ болот:
$\lambda_k(t) \equiv 0,\ \forall \kappa = 1,2,\dots,p,\ \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2} < \dots < 0;$
2) Өздүк функциялар тутуму $\{\ \psi_k(x,t)\ \}$ $k=1,2,\dots,p,p+1,p+2,\dots$, ар бир t үчүн кайсы бир H гильберттик мейкиндикте функциялардын толук ортонормалданган тутумун түзөт.

Маселени регулярлоо үчүн (1) формула боюнча регулярлоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\tau = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+k}(s)ds \equiv \frac{\varphi_{p+k}(t)}{\varepsilon}, \qquad k=1,2,3 \qquad (2)$$

жана $u(\mathrm{x},t,\varepsilon)$ функциясынын ордуна $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,t,\tau), \tau = (\tau_{\rho+1,}\tau_{\rho+2,}\dots)$ кеңейтилген функцияны киргизебиз:

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\tau=\varphi(t)/\varepsilon} \equiv u(x,t,\varepsilon),\ \ \varphi(t) = \left(\varphi_{\rho+1,}\varphi_{\rho+2,}\dots\right). \qquad (3)$$

Кеңейтилген функция үчүн маселе

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u} \equiv \varepsilon\partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) + D_\lambda \tilde{u}(M,\varepsilon) - L(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t),\ M \in P, \qquad (4)$$

$$\tilde{u}\big|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad \tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\partial M} = 0, \qquad P = Q \times (-\infty, 0),$$

$$D_\lambda \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{p+k}(t)\partial_{\tau_{p+k}};$$

түрүндө коюлат.

(4) -маселенин чыгарылышын төмөнкү түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(\mathrm{M}, \varepsilon) = \sum_{i=-1}^{\infty} \varepsilon^i u_i(M)\,. \tag{5}$$

Коэффициенттер үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алардын чыгарылыштары төмөнкү функциялар классында изделет

$$U = \{u(M) \colon u = \sum_{k=1}^{p} c_k(t)\psi_k(x,t) + \sum_{l,j=1}^{\infty} c_{p+j,l}(t) exp\big(\tau_{p+l}\big)\psi_{p+j}(x,t)\}$$

Бул класста итерациялык маселелер жалгыз чыгарылышка ээ болушат, катардын айрым суммасы (1)- маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а. төмөнкү теорема далилденген.

1-теорема. *Классикалык чыгарылыш жашасын жана 1)-2) шарттар аткарылган болсун дейли. Ошондо (5)-катардын айрым суммасынын* $\tau = \varphi(t)/\varepsilon$ *болгондогу таруусу (1)- маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а. жетишерлик кичине* $\varepsilon > 0$ *жана* $\forall\ \ i = -1,0,1,\dots,n$ *үчүн төмөнкү баалоо орун алат*

$$\big| u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}(x,t,\varphi(t/\varepsilon) \big| < c\varepsilon^{n+1}.$$

3.2-параграф төмөнкү маселенин регулярланган асимптотикасын тургузууга арналган

$$L_\varepsilon u(x,y,t,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - L(t)u = f(x,y,t), (x,y,t) \in Q \tag{6}$$

$$u\,\big|_{t=0} = h(x,y), \quad u\,\big|_{\partial\Omega} = 0$$

Бул жерде $\varepsilon > 0 -$ кичине параметр, $Q = \Omega \times (0,T)$, $\Omega = \{(x,y) \colon x,y \in (0,1)\}$, $\partial\Omega -$ Ω аймагынын чеги.

(6)- маселе төмөнкү болжолдоолордо изилденет:

1) *a(x)* функциясы ар кандай $x \in [0,1]$ үчүн оң;
2) $a(x) \in C^\infty[0,1]$, $f(x,y,t) \in C^\infty(\bar{Q})$;
3) Жөнөкөй түзүмдүн өзүнө тутумдуу *L(t)* оператору ар бир $t \in [0,T]$ үчүн дискреттүү спектрге ээ болот

$$L(t)\psi_k(y,t) = \lambda_k\,(t)\psi_k(y,t),\ \ \psi_k(y,t)|_{y=0} = \psi_k(y,t)|_{y=1} = 0;$$

жана ал төмөнкү шарттарды канааттандырат

$$\lambda_{p+i}(t) < 0,\ \ \lambda_k(t) \equiv 0,\ \ \forall\, k = 1,2,\dots,p,\ \lambda_{p+i}(t) \neq \lambda_{p+j}(t), \forall\, i \neq j,$$

$\forall\, t \in [0,T], i,j \geq 1;$

4) Баштапкы жана чектик шарттарды макулдашуу шарты аткарылат: *h(0,y) = h(1,y) = 0.*

Төмөнкү формулалар боюнча регулярлоочу функцияларды киргизебиз

$$\eta_{p+i} = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_{p+i}(s)ds, \quad i = 1,2,\dots,\ \ \tau = \frac{t}{\varepsilon^2},\ \ \xi_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}\varphi_j(x),$$

$\zeta_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_j(x), j = 1,2,\ \varphi_j(x) = (-1)^{j-1}\int_{j-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}};$ (7)

Мейли $\tilde{u}(M,\varepsilon),\ M = (x,y,t,\theta),\ \theta = (\xi,\zeta,\tau,\eta),\ \xi = (\xi_1,\xi_2), \zeta = (\zeta_1,\zeta_2),\ \eta = (\eta_{p+1},\eta_{p+2},\dots,)$ кеңейтилген функция жана анын таруусу баштапкы (6)-маселенин чыгарылышына дал келет, б.а.

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\theta=\theta(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \tag{8}$$

$$\theta(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda(s)ds\right), \varphi = (\varphi_1,\varphi_2), \qquad \lambda = (\lambda_{p+1},\lambda_{p+2},\dots)$$

(7)-ни эсепке алып, мындан $\partial_t u$ жана $\partial_x^2 u$ табабыз, ошондо (8) негизинде, $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ кеңейтилген функциясы үчүн төмөнкү маселени коёбуз:

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}T_1\tilde{u} + T_2\tilde{u} + \sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u} + \varepsilon T_3\tilde{u} + \varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\zeta\tilde{u} + \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = f(x,y,t),\ M \in W$$

$$\tilde{u}(M)|_{\tau=t=0} = h(x,y),\ \tilde{u}(M)|_{\partial W} = 0,\ M = (x,y,t,\theta), \tag{9}$$

$$W = Q \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (0,\infty) \times (-\infty,0),$$

мында

$$T_1 \equiv \partial_\tau - \Delta_\xi,\ \ T_2 \equiv \sum_{i=1}^{\infty}\lambda_{p+i}(t)\partial_{\eta_{p+i}} - L(t),\ L_x \equiv -a(x)\partial_x^2,$$

$$T_3 \equiv \partial_t - \Delta_\zeta,\ \ L_\xi \equiv -a(x)\sum_{j=1}^{2}L_{\xi,j},\ \ L_\zeta \equiv -a(x)\sum_{j=1}^{2}L_{\zeta,j}\,,$$

$$L_{\zeta,j} \equiv\ 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\zeta}^2 + \varphi''_{j(x)\partial_\zeta}, \qquad L_{\xi,j} \equiv\ 2\varphi_j'(x)\partial_{x,\xi}^2 + \varphi_j''(x)\partial_\xi$$

$$\Delta_\xi \equiv \left(\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j-1}\partial_{\xi_j}\right)^2,\ \ \Delta_\zeta \equiv \left(\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j-1}\partial_{\zeta_j}\right)^2.$$

(9) -кеңейтилген маселенин чыгарылышын төмөнкү түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{k=-1}^{\infty}\varepsilon^{k/2}u_k(M). \tag{10}$$

Бул катардын коэффициенттери үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алар төмөнкү функциялар классында чыгарылат:

$$U = \{u(M): u(M) =< v(x,t) + \sum_{l=1}^{2}u_l(N_l),\ \ \psi(y,t) > +$$

$$+< \left[C(x,t) + \sum_{l=1}^{2}W^l(x,t)erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\exp(\eta), \psi(y,t) >,$$

$$erfc\left(\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\frac{\zeta_l}{2\sqrt{t}}}^{\infty} \exp(-s^2)\, ds, \ \ |u_l(N_l)| < c\, exp\left(\frac{\xi_l^2}{8\tau}\right), \ \ i,j \geq 1\},$$

$$u_l(N_l) = \left(u_{l,1}(N_l), u_{l,2}(N_l), \dots\right), C(x,t) = \left(c_{i,p+j}(x,t)\right), N_l = (x,y,t,\xi_l,\tau),$$

$$W^l(x,t) = \left(\omega_{i,p+j}^l(x,t)\right), \psi(y,t) = (\psi_1(y,t), \psi_2(y,t), \dots),$$

$$\eta = \left(\eta_{p+1}, \eta_{p+2}, \dots\right), \xi = (\xi_1, \xi_2), i,j \geq 1,$$

$$< v(x,t), \psi(y,t) > = \sum_{i=1}^{\infty} v_{p+i}(x,t)\psi_{p+i}(y,t), \ \ v(x,t) = (v_1(x,t), v_2(x,t), \dots)$$

$$< C(x,t)\exp(\eta), \psi(y,t) >= \sum_{i,j=1}^{\infty} c_{p+i.p+j}(c,t)\exp\left(\eta_{p+j}\right)\psi_{p+i}(y,t)$$

Кеңейтилген маселеде регулярлоочу функциялардын жардамы менен тарытуу жүргүзөбүз, б.а. $\theta = \theta(x,t,\varepsilon)$ теңдеменин эки бөлүгүнө тең коёбуз. Андан ары, (10) барабардыкты эске алып, калдык мүчө үчүн

$R_{\varepsilon,2n}(x,y,t) \equiv R_{\varepsilon,2n}\left(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon)\right) = u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)$

төмөнкү маселени алабыз

$$L_\varepsilon R_{\varepsilon,2n}(x,y,t) = g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon), R_{\varepsilon,2n}\Big|_{t=0} = R_{\varepsilon,2n}\Big|_{\partial\Omega} = 0 \qquad (11)$$

1) -4) биздин шарттарыбызда жана жасалган болжолдоолордон улам, ошондой эле ага кирген класстын функциялары киргендиктен $g_{2n}(x,y,t,\theta(x,t,\varepsilon),\varepsilon)$ функциясы ε боюнча бир калыпта чектелген жана *x*,*y*,*t* боюнча иликтенип жаткан аймакта каалаган *n*=0,1,2,… номер үчүн үзгүлтүксүз.

2-теорема. *1)-4) шарттар аткарылган болсун дейли жана классикалык чыгарылыш жашайт деп эсептейли. Ошондо жетиштерлик кичине* $\varepsilon > 0$ *үчүн төмөнкү баалоо орун алат*

$\left|u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\epsilon,n}(x,y,t,\varepsilon)\right| < c\varepsilon^{n+1}, \ n = 0,1,2,\dots$ *б.а. (10) катардын айрым суммасы (6) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, мында* $\varepsilon \to +0$ *жана ушул U мейкиндигинде жападан жалгыз.*

3.3-параграфта сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер тутумдары үчүн биринчи чектик маселе иликтенет

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - A(t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in \Omega,$$

$$u\Big|_{t=0} = 0, u\Big|_{x=0} = u\Big|_{x=1} = 0, \qquad (12)$$

мында $\varepsilon > 0$ – кичине параметр, $\Omega = \text{x}\{(x,t): x \in (0,1), t \in (0,T)\}$.

(12) маселе төмөнкү болжолдоолордо иликтенет:

1. $0 < a(x) \in C^\infty[0,1], \ A(t) \in C^\infty\left([0,T], \mathbb{C}^{m^2}\right), \ f \in C^\infty(\overline{\Omega}, \mathbb{C}^m);$

2. $m \times m$ матрицасы $A(t)$ төмөнкү шарттарды канааттандыруучу $\{\lambda_i(t)\}$ m жөнөкөй өздүк маанилерге ээ болот:

a) $\lambda_i(t) \equiv 0(i = 1,2, \dots, k)$,

b) $Re\lambda_i(t) \leq 0(i = k+1, \dots, m)$,

c) $\lambda_i(t) \neq \lambda_j(t), \forall\, i \neq j,\ i,j = \left(\overline{k+1, m}\right)$;

3. $\lambda_i(t) \equiv 0(i = 1,2, \dots, k)$ сызыктуу көз карандысыз k векторлор $\{b_i(t)\}$, $i = \overline{1, k}$ туура келет.

(12) маселени регулярлоо жүргүзөбүз, бул үчүн регулярлоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \qquad \mu_i = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_i(s)ds \equiv \frac{\psi_i(t)}{\varepsilon},\ \ i = k+1, \dots, m,\ \ \xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}},$$

$$\eta_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \varphi_l(x) = (-1)^{(l-1)}\int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}},\ \ l = 1,2 \tag{13}$$

жана $\tilde{u}(M, \varepsilon),\ M = (x, t, \eta, \xi, \tau, \mu),\ \xi = (\xi_1, \xi_2)$,

$\eta = (\eta_1, \eta_2),\ \mu = (\mu_{k+1}, \mu_{k+2}, \dots, \mu_m)$ кеңейтилген функцияны

$$\tilde{u}(M, \varepsilon)\big|_{\theta = \gamma(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x, t, \varepsilon), \qquad \gamma(x, t, \varepsilon) = \left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \frac{t}{\varepsilon^2}, \frac{\psi(t)}{\varepsilon}\right), \tag{14}$$

$\theta = (\eta, \xi, \tau, \mu), \varphi(x) = \big(\varphi_1(x), \varphi_2(x)\big), \psi(t) = \big(\psi_{k+1}(t), \psi_{k+2}(t), \dots, \psi_m(t)\big)$
орун алгандай киргизебиз.

Анда, (12), (13), (14) негизинде кеңейтилген функция үчүн төмөнкү маселени алабыз

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M, \varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon}T_0\tilde{u} + \mathcal{D}_\lambda \tilde{u} - \sqrt{\varepsilon}L_\eta \tilde{u} + \varepsilon T_1 \tilde{u} - \varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u} = f(x, t), \qquad M \in Q$$

$$\tilde{u}\big|_{t=\tau=\mu=0} = 0, \tilde{u}\big|_{x=0,\xi_1=\eta_1=0} = \tilde{u}\big|_{x=1,\xi_2=\eta_2=0} = 0, \tag{15}$$

$$L_z \equiv a(x)\textstyle\sum_{l=1}^2\left[2\varphi_l'(x)\partial_{xz_l}^2 + \varphi_l''(x)\partial_{z_l}\right],\ \ T_0 \equiv \partial_\tau - \Delta_\eta, T_1 \equiv \partial_t - \Delta_\xi,$$

$$\mathcal{D}_\lambda \equiv \sum_{j=k+1}^m \lambda_j(t)\partial_{\mu_j} - A(t),\ \ L_x \equiv a(x)\partial_x^2,\ \ \ Q(0,1) \times (0, T) \times (0, \infty)$$

(15)- маселенин чыгарылышын төмөнкү катар түрүндө издейбиз

$$\tilde{u}(M, \varepsilon) = \sum_{k=-2}^{\infty} \varepsilon^{\frac{k}{2}} u_k(M). \tag{16}$$

Коэффициенттер үчүн итерациялык маселелерди алабыз, алар функциялардын төмөнкү классында чыгарылат:

$$U = \{u_k(x,t): u_k(x,t) = \sum_{i=1}^{m} [\, v_{k,i}(x,t) + Y_{t,i}(N) +$$

$$+ \sum_{j=k+1}^{m} \left(c_{i,j}^{k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2} \omega_{i,j}^{k,l}(x,t) erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right) \exp(\mu_j)] b_i(t),$$

$$|Y_i(N)| < cexp\left(-\frac{\eta_l^2}{8\tau}\right),\ v_i(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega}), \qquad c_{i,j}(x,t),\ \omega_{i,j}^{l}(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega})\}.$$

$N = (x,t,\eta,\tau), \eta = (\eta_1,\eta_2),\ \xi = (\xi_1,\xi_2),\ b_i(t),\ i = \overline{1,m}$ – *A(t)* матрицанын өздүк вектору, алар $\lambda_i(t)$ өздүк мааниге туура келет.

(16) катардын айрым суммасынын, регулярлоочу функциялардын жардамы менен таруусу, (12) баштапкы маселенин формалык асимптотикалык чыгарылышы болуп саналары көрсөтүлгөн, б.а. төмөнкү теорема далилденген.

3-теорема. *1)-3) шарттары аткарылган болсун жана классикалык чыгарылышы жашасын дейли. Ошондо* $\theta = \gamma(x,t,\varepsilon)$ болгондо, *(16)- катардын айрым суммасынын таруусу, (12) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат, б.а.* ε>0 *жетишерлик кичине болгондо жана n=-2,-1,0,1,… үчүн төмөнкү баалоо адилеттүү*

$$\left\| u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}(x,t,\gamma(x,t,\varepsilon)) \right\| < c\varepsilon^{\frac{n+1}{2}}.$$

2.3. параграфка мисал тургузулган, эгер:

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$a(x) = 1 + x,\ f(x,t) = col\big((1+x)t,\ 0,\ x(1+t)\big).$$

3-бапка тыянак: Бапта кичине параметр убакыт туундусунун алдына турган учур каралып, анын пределдик операторунун спектри нөлдүн эселүү чекиттерин камтыган биринчи четтик маселенин регулярланган асимптотикасы тургузулган. Мында асимптотика парабола тибиндеги чек катмар гана функцияларды камтыйт. Ал эми кийинки параграфта каралган, кичине параметри бардык туундулар алдында турган, теңдеменин асимптотикасы кошумча экспоненциалдык жана бурчтук чек катмар функциялары аркылуу туюнтулат. Акырында сингулярдуу козголгон парабола тибиндеги теңдемелер системасынын коэффициенттер алдындагы матрицанын өздүк маанилери k эселүү нөл болгон учурдагы чыгарылышынын асимптотикасы тургузулган жана методду чагылдырган мисал каралган.

Төртүнчү баптын 4.1. параграфында спектринин чекиттери эселүү жана стабилдүү эмес параболалык теңдемелерди чыгаруунун асимптотикасы иликтенет.

Бул жерде төмөнкү маселе каралат:

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon \partial_t u - \varepsilon^2 a(x) \partial_x^2 u - L(t)u = f(x,y,t), \quad x,t \in \Omega, \tag{17}$$

$$u \Big|_{t=0} = h(x,y), \;\; u \Big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{18}$$

мында $\Omega = \{(x,y,t): \;\; x,y \in (0,1), \; t \in (0,T)\}$, $\varepsilon > 0$ – кичине параметр.
(17), (18) -маселени төмөнкү болжолдоолордо изилдейбиз:

1) $a(x) \in C^\infty[0,1]$, $f(x,y,t) \in C^\infty(\overline{\Omega})$,
2) $a(x) > 0$, $\forall x \in [0,1]$
3) $\{\lambda_i(t)\}$ жөнөкөй түзүмдүү *L(t)* операторунун спектри, ар бир $t \in [0,T]$ үчүн төмөнкү шарттарды канааттандырат

$$\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t) \equiv \cdots \equiv \lambda_p(t) < \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2}(t) < \cdots < \lambda_n(t) < \cdots < 0$$

мында $\lambda_i(t) \neq 0$, $\forall\, i = \overline{p+2, n}$, ал эми оператордун спектринин туруктуу эмес элементи төмөнкү түрдө берилет

$$\lambda_{p+1}(t) = tq(t), \qquad q(t) < 0, \qquad \forall \;\; t \in [0,T],$$

L_ε -операторунда кеңейтүүнү жүргүзөбүз, ал үчүн регулярлоочу функцияларды киргизебиз

$$\tau_j = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_j(s)ds \equiv \frac{\varphi_j(t)}{\varepsilon}, \quad \tau_{p+1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(-2\int_0^t \lambda_{p+1}(s)ds\right)^{1/2} \equiv \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\varphi_{p+1}(t),$$

$$\eta = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon^2}}, \;\; j = p, p+2, p+3,$$

$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\sqrt{\varepsilon}}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \;\; \zeta_l = \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \tag{19}$$

жана изделүүчү функциянын ордуна *u(x,y,t,ε)* кенейтилген функцияны карайбыз $\tilde{u}(M,\varepsilon), M = (x,y,t,\xi,\tau,\eta)$, $\xi = (\xi_1,\xi_2)$, $\tau = (\tau_1,\tau_2)$, бул

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) \Big|_{\theta=\chi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,y,t,\varepsilon), \tag{20}$$

$$\theta = (\xi,\tau,\eta), \qquad \chi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{\varphi(t)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_{p+1}(t)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}\right),$$

$$\varphi(t) = \big(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p, \varphi_{p+2}, \ldots\big), \qquad \psi(x) = \big(\psi_1(x), \psi_2(x)\big).$$

(19) негизинде, $\partial_t u,\ \partial_x^2 u$ туундуларды таап, (17), (18), (20)дан кеңейтилген маселе келип чыгат:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \varepsilon\partial_t\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\partial_\eta\tilde{u} + D_\lambda\tilde{u} - \varepsilon\Delta_\xi u - p_\lambda\tilde{u}(M,\varepsilon) - \frac{1}{\varepsilon}\Delta_\zeta\tilde{u} -$$

$$-\sqrt{\varepsilon}D_\zeta\tilde{u} + \sqrt{\varepsilon}\varphi'_{p+1}(t)\left[\partial_{\tau_{p+1}}\tilde{u}\right] - \sqrt{\varepsilon^3}D_\xi\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,y,t), M \in Q \qquad (21)$$

$$\tilde{u}\,\Big|_{t=\tau=0} = h(x),\ \tilde{u}(M,\varepsilon)\,\Big|_{\partial Q} = 0,$$

$$D_\lambda \equiv \sum_{j=p(j\neq p+1)}^{\infty} \lambda_j(t)\partial_{\tau_j},\quad \Delta_\xi \equiv \partial_{j_1}^2 + \partial_{j_2}^2,$$

$$D_{x\xi_l} = a(x)\left[2\psi'_l(x)\partial_{x\xi_l} + \psi''_l(x)\right],\qquad p_\lambda \equiv \sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j^*(t)p_j(t),$$

$$L_x \equiv a(x)\partial_x^2,\qquad D_{x,\xi_l} = a(x)\left[2\psi'_l(x)\partial_{x,\xi_l} + \psi''_l(x)\right],$$

$$L(t) = \sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j(t)p_j(t),\ \ \lambda_j^*(t) = \begin{cases}\lambda_p(t), & \forall\ j = 1,2,\dots,p\\ \lambda_{p+j}(t), & \forall\ j \geq p+1.\end{cases}$$

мында $\lambda_j(t)$ туура келген p_j өздүк проекторлор.

Кеңейтилген маселенин (21) чыгарылышын төмөнкү түрдө аныктайбыз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{i=-1}^{\infty}\varepsilon^{i/2}\sum_{k=1}^{\infty}b_k(y,t)\Bigg(v_{i,k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}u_{i,k}^l(N_l) +$$

$$+\sum_{j=p}^{\infty}\left[C_{i,k}^j(x,t) + \sum_{l=1}^{2}Z_{i,k}^{l,j}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\exp(\tau_j) +$$

$$+\left[q_{i,k}(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\omega_{i,k}^l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\gamma(\tau_{p+1})\Bigg) \equiv V_1 + V_2 + V_3. \qquad (22)$$

мында $\gamma(\tau_{p+1})$ төмөнкү маселенин чыгарылышы

$$\gamma'(\tau_{p+1}) + \tau_{p+1}\gamma(\tau_{p+1}) = 1,\ \gamma(0) = 0 \qquad (*)$$

б.а.

$$\gamma(\tau_{p+1}) = exp\left(-\frac{\tau_{p+1}^2}{2}\right)\int_0^{\tau_{p+1}} exp\left(\frac{s^2}{2}\right)ds.$$

Мындан ары, жогорудагы процессти кайталоо менен, (22) катарга кирген бардык функцияларды аныктайбыз жана тургузулган чыгарылыштын асимптотикалык мүнөзүн аныктайбыз, б.а. классикалык чыгарылыш жашайт деп эсептесек, төмөнкү теорема далилденген болот.

4-теорема *Мейли 1)-3) шарттары аткарылсын. Анда (22) катардын жекече суммасын жогоруда айтылган метод менен $\theta = \chi(x,t,\varepsilon)$ боюнча тарытылышы, (4.1), (4.2) маселелеринин асимптотикалык чыгарылышы болот, б.а. төмөнкү баалоо адилеттүү.*

$$|u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon n}(x,y,t,\chi(x,t,\varepsilon))| < c\varepsilon^{\frac{n+1}{2}},\ \forall\, n = 0,1,2,\dots$$

4.2-параграфта төмөнкү маселе каралат

$$L_\varepsilon \equiv \varepsilon\partial_t u(x,t,\varepsilon) - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u(x,t,\varepsilon) - A(\,t)u(x,t,\varepsilon) = f(x,t), \forall(x,t) \in \Omega \qquad (23)$$

$$u|_{t=0} = h(x), \qquad u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$$

Бул жерде $u = col(u_1,u_2)$, $f = col(f_1,f_2) \in C^\infty(\Omega)$,

$0 < a(x) \in C^\infty[0,1]$, $\varepsilon > 0 -$ кичине параметр,

$\Omega = (0,1) \times (O,T)$, $h(x) = col\big(h_1(x),h_2(x)\big) \in C^\infty[0,1]$;

Болжолдойбуз,

1) A(t) оператору ар бир $t \in [0,\tau]$ шарттарды канааттандыруучу спектрге ээ болот:
   $\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t) < \lambda_3(t) < \cdots$
2) Өздүк маанилер $\lambda_i(t) = \lambda_1(t)$, $i = 1,2$ үчүн
   $\mathrm{Re}\,\lambda_i(t) < 0, \forall\, t \in [O,T]$, $i = 1,2$ орун алат;
3) Өздүк жана бириктирилген векторлор ортонормалдашкан, б.а.
   $\big(\psi_k,\psi_j\big) = \delta_j^k$, $k,j = 1,2,\dots$
4) Баштапкы чектеш шарттарды макулдашуу шарттары аткарылат.

Регулярлоочу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\xi_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon}}, \zeta_l = \frac{\varphi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \tau = \frac{t}{\varepsilon^2},$$

$$\eta_j = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \big[\lambda(\xi) + \sqrt{\varepsilon}q_j(s)\big]ds \equiv \sigma_j(t,\varepsilon),\ j,l = 1,2\dots$$

$$\varphi_l(x) = (-1)^{l-1}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{a(s)}}, \quad \eta_k = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \lambda_k(s)ds \equiv \sigma_k,\ \ k \geq 3,$$

Аларды, x жана t өзгөрмөлөрү менен катар, көз карандысыз деп жарыялайбыз да, $u(x,t,\varepsilon)$ изделүүчү функциясынын ордуна кеңейтилген функцияны $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M =$

(x,ε), $M=(x,t,\zeta,\xi,\tau,)$, $\zeta=(\zeta_1,\zeta_2), \xi=(\xi_1,\xi_2)$, $\eta=(\eta_1,з_2)$ карайбыз жана ал үчүн $\tilde{u}(M,\varepsilon)\big|_{\theta=p(x,t,\varepsilon)}\equiv u(x,t,\varepsilon)$,
$\theta=(\zeta,\xi,\tau,\eta)$, $p(x,t,\varepsilon)=\left(\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon}},\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}},\frac{t}{\varepsilon},\sigma(t,\varepsilon)\right)$, $\varphi=(\varphi_1,\varphi_2),\sigma=(\sigma_1,\sigma_2)$ орун алат.
$\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon)$ кеңейтилген функциясы үчүн төмөнкү маселени коюуга болот

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(M,\varepsilon)\equiv\frac{1}{\varepsilon}T_\zeta\tilde{u}+\sum_{k=1}^{2}\left[\lambda(t)+\sqrt{\varepsilon}q_k(t)\right]\partial_{\eta_k}\tilde{u}\sum_{k=3}^{\infty}\lambda_k(t)\partial_{\eta_k}\tilde{u}-A(t)\tilde{u}-\sqrt{\varepsilon}L_\zeta\tilde{u}+$$

$$+\varepsilon T_\xi\tilde{u}-\varepsilon\sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u}+\varepsilon^2L_x\tilde{u}=f(x,t),\qquad M\in R,\ \ \tilde{u}\big|_{t=\tau=\eta=0}=h(x),\qquad \tilde{u}|_{\partial R}=0,$$

мында

$$T_\zeta\equiv\partial_\tau-\mathcal{D}_\zeta, T_\xi\equiv\partial_t-\mathcal{D}_\xi,\qquad \mathcal{D}_\zeta\equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left(\varphi_l'(x)\right)^2\partial_{\zeta_l}^2,$$

$$L_\zeta\equiv a(x)\sum_{l=1}^{2}\left[2\varphi_l'(x)\partial_{x\zeta_l}^2+\varphi_l''(x)\partial_{\zeta_l}\right],\ \ L_x\equiv a(x)\partial_x^2,$$

$$R=\{M\colon x,t\ \in\ \Omega,\zeta,\xi,\eta,\tau\in(0,+\infty)\};$$

Кеңейтилген теңдеменин чыгарылышын төмөнкү түрдө аныктайбыз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)=\sum_{j=-1}^{\infty}\left(\sqrt{\varepsilon}\right)^j u_j(M)+\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^j v_j(x,t). \tag{24}$$

Итерациялык теңдемелерди функциялардын төмөнкү классында чыгарабыз

$$U=\Big\{u_j(M)\colon u_j(M)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{2}u_{k,j}^l\,(N_l)\psi_k(x,t)+$$

$$+\left\{\sum_{k=1}^{2}\left[c_{k,j}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^l(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\times\psi_1(x,t)+\right.$$

$$+q_k(t)\left[c_{k,j-1}(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j-1}^l\,(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_2(x,t)+\beta_{k,j}(t)\psi_2(x,t)+$$

$$\left.+\sum_{i,k=3}^{\infty}\left[c_{kj}^i(x,t)+\sum_{l=1}^{2}\omega_{k,j}^{l,i}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]\psi_i(x,t)\right\}e^{\eta_k}\Big\}.$$

U классындагы итерациялык теңдемелердин чыгарылышын камсыздап, чыгарылышка кирген функцияларды аныктайбыз.

(24) катардын айрым суммасын $\theta = \rho(x,t,\varepsilon)$ болгондо тарытуу (23) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналарын аныктайбыз, б.а. төмөнкү баалоо адилеттүү

$$\left|U(x,t,\varepsilon) - U_{\varepsilon_n}(M)\right|_{\theta=\rho(x,t,\varepsilon)} < c_1(\sqrt{\varepsilon})^{n+1} + c_2\varepsilon^{n-1} \qquad (25)$$

Эгерде классикалык чыгарылыш бар деп эсептесек, алынган натыйжа төмөнкү теоремада корутундуланат.

5-теорема. $0 < a(x), h(x) \in c^{n+1}[0,1]$, $A(x,t), f(x,t) \in c^{\infty}(\bar{\Omega})$ *берилген функциялар жана 1)-4) шарттар орун алсын дейли. Ошондо (24) катардын айрым суммасын тарытуу (23) маселенин асимптотикалык чыгарылышы болуп саналат да, (25) баалоо туура болот.*

4.3-параграфта пределдик теңдемесинин спектри болбогон эки өлчөмдүү маселе:

$$L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 \sum_{r=1}^{2} a_r(x_r)\partial_{x_r}^2 u + b(x,t)u = f(x,t), \qquad (x,t) \in Q$$

$$u\,\Big|_{t=0} = 0,\ u\,\Big|_{\partial\Omega} = 0, \qquad (26)$$

үчүн чыгарылыштын регулярланган асимптотикасы тургузулган.

Мында $\varepsilon \to 0$, $x = (x_1, x_2)$, $Q = \Omega \times [0,T]$, $\Omega = (0,1) \times (0,1)$,

$$\partial_t = \frac{\partial}{\partial_t}, \qquad \partial_{x_r}^2 = \left(\frac{\partial}{\partial_{x_r}}\right)^2$$

жана төмөнкү шарттар орун алган:

A) $\forall\, x_r \in [0,1]$, функция $a_r(x_r) > 0$;

B) $a_r(x_r) \in C^{\infty}[0,1], f(x,t), b(x,t) \in \mathrm{C}^{\infty}(\bar{Q})$.

Маселени регулярлоо үчүн:

$$\xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x_1}\frac{ds}{\sqrt{a_1 s}} \equiv \frac{\varphi_l(x_1)}{\varepsilon},$$

$$\eta_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{l-1}^{x_2}\frac{ds}{\sqrt{a_2 s}} \equiv \frac{\varphi_{2+l}(x_2)}{\varepsilon},\ l = 1,2. \qquad (27)$$

өзгөрмөлөрүн киргизебиз жана баштапкы $u(x,t,\varepsilon)$ функциянын ордуна кеңейтилген $\tilde{u}(x,t,\theta,\varepsilon)$, $\theta = (\xi,\eta)$, $\xi = (\xi_1,\xi_2)$, $\eta = (\eta_1,\eta_2)$ функция киргизип, ал регулярлоочу функциялардын жардамы менен тарытылганда баштапкы функция менен дал келгендей тандалат, б.а.

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\,\Big|_{\theta=\theta(x,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon),\ M = (x,t,\theta), \qquad (28)$$

$$\theta(x,\varepsilon) \equiv \left(\frac{\varphi_1(x_1)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_2(x_1)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_3(x_2)}{\varepsilon}, \frac{\varphi_4(x_2)}{\varepsilon}\right),$$

(27) көңүлгө алып (28)-ден туундуларды таап (26)- маселенин негизинде төмөнкү кеңейтилген маселени коёбуз:

$$\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon) \equiv \partial_t \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - \Delta_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon) + b(x,t)\tilde{u}(M,\varepsilon) -$$
$$-\varepsilon L_\xi \tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon L_\eta \tilde{u}(M,\varepsilon) - \varepsilon^2 L_x \tilde{u}(M,\varepsilon) = f(x,t), \qquad M \in D$$
$$\tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{t=0} = 0,\ \tilde{u}(M,\varepsilon)\Big|_{\partial D} = 0, \tag{29}$$
$$\Delta_\xi \equiv \sum_{l=1}^{2} \partial_{\xi_l}^2,\ \ \Delta_\eta \equiv \sum_{l=1}^{2} \partial_{\eta_l}^2,\ \ L_\xi \equiv a_1(x_1)\sum_{l=1}^{2} L_{\xi,l},\ \ L_\eta \equiv a_2(x_2)\sum_{l=1}^{2} L_{\eta,l},$$
$$L_x \equiv \sum_{r=1}^{2} a_r(x_r)\partial_{x_r}^2,\ \ D = \{(x,t,\theta): x \in \Omega; t \in (0,T];\ \xi,\eta > 0\}.$$
$$L_{\eta,l} \equiv 2\varphi'_{2+l}(x_2)\partial^2_{\eta_l,x_2} + \varphi''_{2+l}(x_2)\partial_{\eta_l}, \qquad L_{\xi,l} \equiv 2\varphi'_l(x_1)\partial^2_{\xi_l,x_1} + \varphi''_l(x_1)\partial_{\xi_l},$$

Эгерде кеңейтилген (29)-маселенин чыгарылышы $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ тапсак, ал $\theta = \theta(x,\varepsilon)$ менен тарытылганда (26)-маселенин чыгарылышы болот, себеби
$$\left(\tilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M,\varepsilon)\right)\Big|_{\theta=\theta(x,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon), \tag{30}$$
орун алат. Кеңейтилген (28)- маселенин чыгарылышын
$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i u_i(M). \tag{31}$$
катар түрүндө издейбиз.

Катардын коэффициенттери үчүн, (29)- маселеси негизинде, төмөнкү итерациялык маселелерди алабыз:
$$Tu_0(M) \equiv \partial_t u_0(M) - \Delta_\xi u_0(M) - \Delta_\eta u_0(M) - b(x,t)u_0(M) = f(x,t),$$
$$Tu_i(M) = L_\xi u_{i-1}(M) + L_\eta u_{i-1}(M) + L_x u_{i-2}(M), \tag{32}$$
$$u_i(M)\Big|_{t=0} = 0,\ u_i(M)\Big|_{\partial D} = 0,\ i = 1,2,\dots,n.$$
(32)-итерациялык теңдемелерди жалпы түрдө
$$Tu(M)=H(M) \tag{33}$$
жазып алабыз.

6- теорема. *A), B) шарттары орун алсын жана оң жагы $H(M) \in U$ б.а.*
$$H(M) = p(x,t) + \sum_{l=1}^{2}\left[q_{1,l}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{t}}\right) + q_{2,l}(x,t)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{k=1}^{2} d_{k,l}(x,t)erfc\left(\frac{\xi_k}{2\sqrt{t}}\right)erfc\left(\frac{\eta_l}{2\sqrt{t}}\right)\right]$$
түрүнө ээ болсун. Анда (33) –теңдеме U классында качан гана
$$\partial_t v(x,t) = b(x,t)v(x,t) + p(x,t),$$
$$\partial_t c_l(x,t) = b(x,t)c_l(x,t) + q_{1,l}(x,t),$$
$$\partial_t \omega_l(x,t) = b(x,t)\omega_l(x,t) + q_{2,l}(x,t),$$

$$\partial_t y_{k,l}(x,t) = b(x,t)y_{k,l}(x,t) + d_{k,l}(x,t); \qquad (34)$$

теңдемелердин чыгарылышы жашаганда чыгарылышка ээ.

7-теорема. 6-теореманын шарттары орун алсын, анда кошумча

1) $u(M)\,\big|_{t=0} = 0,\ u(M)\,\big|_{x_1=l-1,\xi_l=0} = u(M)\,\big|_{x_2=l-1,\eta_l=0} = 0,\ l = 1{,}2;$

2) $L_\xi u(M) = 0,\ L_\eta u(M) = 0,$

шарттары орун алганда (32)- теңдеме U классында жалгыз чыгарылышка ээ.

5-жана 6- теоремаларды колдонуп (30)-катардын айрым суммасынын коэффициенттерин аныктап алабыз. Ал айрым сумманын регулярлоо функциялардын жардамы менен тарытылышы

$$u_{\varepsilon,2n}(x,t,\varepsilon) = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^{2i} u_{2i}(M)\ \Big|_{\theta=\theta(x,t,\varepsilon)} =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^{2i} \left\{ v_{2i}(x,t) + \sum_{l=1}^{2} \left[c_{2i,l}(x,t) erfc\left(\frac{\varphi_l(x_1)}{2\varepsilon\sqrt{t}}\right) + \omega_{2i,l}(x,t) erfc\left(\frac{\varphi_{2+l}(x_2)}{2\varepsilon\sqrt{t}}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + \textstyle\sum_{k,l=1}^{2} y_{k,l}^{2i}(x,t) erfc\left(\frac{\varphi_k(x_1)}{2\varepsilon\sqrt{t}}\right) erfc\left(\frac{\varphi_{2+l}(x_2)}{2\varepsilon\sqrt{t}}\right) \right\}; \qquad (35)$$

(26)-маселенин формалдык асимптотикалык чыгарылышы болоору көрсөтүлөт.

8-теорема. *А) жана В) шарттары орун алсын жана классикалык чыгарылыш жашасын. Анда ε>0 жетишерлик кичине маанилери үчүн*

$$\left\| u(x,y,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,2n}(x,y,t,\varepsilon) \right\| < c\varepsilon^{2(n+1)}$$

баалоосу N=0,1,2,…үчүн орун алат, б.а. (35) айрым сумма (26) масленин $\varepsilon \to +0$ *асимптотикалык чыгарылышы болот жана ал U классында жалгыз.*

4-бапка тыянак. Бул бапта жөнөкөй түзүмдүү пределдик операторунун спектри нөлдүк эселүү чекитти камтыган жана спектринин бир чекити регулярдуу өзгөчөлүккө ээ болгон сингулярдуу козголгон парабол тибиндеги теңдеме үчүн биринчи четтик маселе каралган жана анын чыгарылышынын асимптотикасы тургузулган. Диагоналдашбаган пределдик операторунун нөлгө барабар болбогон эки эселүү спектри үчүн өздүк жана кошумчаланган вектору болгон маселенин асимптотикасы тургузулган. Диссертациялык иште алынган спектри эселүү чекиттери үчүн алынган жыйынтыктарды салыштыруу максатында спектри болбогон теңдеме каралган. Бул учурда тургузулган асимптотика көп өлчөмдүү жана мейкиндик өзгөрмөлөр боюнча бурчтук чек катмар функцияларды камтыганы көрсөтүлгөн.

ТЫЯНАКТАР

Изилдөөнүн жүрүшүндө диссертациялык иште иликтенүүчү маселелерди чыгаруунун регулярланган асимптотикасы курулган, спектринин эселүү нөл жана стабилдүү эмес чекиттери бар параболалык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасы табылган, стабилдүү эмес учурдагы параболалык теңдемелердин сингулярдуу козголгон тутумунун чыгарылышынын регулярланган асимптотикасы тургузулган. Ошондой эле спектр чекитинин эки эселүү нөл эмес жана пределдик оператор жордандык түзүлүшкө ээ болгондо параболалык маселенин чыгарылышынын асимптотикасы тургузулган. Пределдик операторунун спектри болбогон парабола тибиндеги теңдеме үчүн биринчи четтик маселе каралып, аны регулярлоо үчүн пределдик оператордун спектринин ордуна экинчи мейкиндик туундунун коэффициенти колдонулган.

Каралган бардык маселелер үчүн, кичине параметр убакыт туунду алдында турганда, регулярланган чыгарылыштын асимптотикасы тургузулган жана чет катмардык түзүүчүсү экспоненциалдык функция менен баяндалаары көрсөтүлдү. Ал эми кичине параметр мейкиндик туунду алдында турса, анда чыгарылыштын асимптотикасы, кошумча парабола тибиндеги жана бурчтук чек катмар функцияларын камтыйт. Спектр нөлдүк эселүү чекиттер менен катар стабилдүү эмес чекитти камтыса, анда кошумча даражалуу ички чек катмар пайда болот. Эгерде пределдик оператор нөлгө барабар болбогон эселүү спектр чекитине ээ болсо, анда чыгарылыштын асимптотикасы кошумча кыйла татаал түзүмгө ээ болгон чек катмар функцияны камтыйт. Мындан тышкары

Тургузулган чыгарылыштардын асимптотикалык мүнөзү классикалык чыгарылыш бар деп эсептөө менен максимум принцибинин негизинде далилденген.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси Омуралиев Асан Сыдыгалиевичке маселени коюп жана ишке дайыма көңүл бургандыгы үчүн терең ыраазычылыгын билдирет.

ДИСЕРТАЦИЯНЫН НАТЫЙЖАЛАРЫ ТӨМӨНКҮ ЭМГЕКТЕРДЕ ЖАРЫЯЛАНГАН

1. Кулманбетова С.М. Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник КНУ им. Ж.Баласагына. – Бишкек, 2011. − Спец. вып. − С.127-131.
2. Кулманбетва С.М. Асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Журнал вычислительной математики и математической физики. −2012. Т.52, №7. − С.1245-1247. (РИНЦ РФ)
3. Кулманбетова С.М. Асимптотика решения одной задачи для двумерного сингулярно-возмущенного параболического уравнения [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Междунар. науч. конф.

“Функциональный анализ и его приложения”, Астана, окт. 2012 г.: Тез. докл.– Астана, 2012. − С. 168-169.

4. Кулманбетова С.М. Нулевые кратные элементы спектра в сингулярно возмущенной параболической задачи [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Известия ВУЗов. – Бишкек, 2012. − №1. − С. 3-7. (РИНЦ КР)
5. Кулманбетова С.М. Асимптотика решения параболической задачи с одной нестабильной точкой спектра [Текст] / С.М.Кулманбетова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек, 2012. −Вып. 44. − С.161-165.
6. Кулманбетова С.М. Нулевая кратная точка спектра сингулярно-возмущенной параболической задачи [Текст] / С.М.Кулманбетова // Исследования по интегро- дифференциальным уравнениям. – Бишкек, 2014. − Вып. 46. − С.118-122.
7. Кулманбетова С.М. Асимптотика решения параболической задачи с двухкратной точкой спектра [Текст] / А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. − Бишкек , 2014. − Вып. 47. − С.114-127.
8. Кулманбетова С.М. Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – Пермь, 2016. − Вып. 2(33). − С.73-75. (РИНЦ РФ)
9. Кулманбетова С.М. Сингулярно возмущенная система параболических уравнений в критическом случае [Текст] /А.С.Омуралиев, С.М.Кулманбетова // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения Тематические обзоры. –Москва: ВИНИТИ РАН, 2017. – Т. 132. − С. 78–80.
10. Кулманбетова С.М. Об одном примере для сингулярно возмущенной параболической системы в критическом случае [Текст] / А. С. Омуралиев, С. М. Кулманбетова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2017. − Вып. №9. − С. 3-8.
11. Кулманбетова С.М. Асимптотика решения параболического уравнения с кратной и нестабильной точками спектра [Текст] / С. М. Кулманбетова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2017. − Вып. №12. − С. 3-14.
12. Kulmanbetova S. Singularly perturbed system of parabolic equations in the critical case [Text] / A. S. Omuraliev and S. Kulmanbetova // Journal of Mathematical Sciences. − 2018. − Vol. 230, №. 5. – P. 728-731 (Scopus).

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековнанын 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаты окмуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган “Спектринин чекити эселүү сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди чыгаруунун асимптотикасы” аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: асимптотика, параболалык теңдеме, чек катмар функциялар, параболалык чек катмар функциялар, сингулярдык козголгон маселелер.

Изилдөөнүн объектиси: Изилөөнүн объектиси болуп кичине параметрлүү парабола тибиндеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер (скалярдык жана теңдемелер системасы): спектрдин эселүү чекиттери, кичине параметрдин ар түрдүү абалы жана ошондой эле пределдик оператордун спектри жок болгон учурлар.

Изилдөөнүн предмети: пределдик операторунун спектри эселүү болгон сингулярдуу козголгон параболалык маселелер.

Изилдөөнүн максаты: кичине параметрлүү парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу.

Изилдөөнүн усулдары: Диссертациялык иште изилденген маселелерди чыгарылышынын регулярланган асимптотикасын тургузууда, сингулярдуу козголгон параболалык маселелерди изилдөө үчүн профессор Омуралиев А.С. тарабынан модификацияланган С.А.Ломовдун методу колдонулду.

Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы: Изилдөөнүн негизинде пределдик операторунун спектри эселүү нөл чекитин камтыган жана кичине параметри убакыт боюнча туунду алдында, ошондой эле бардык туундулар алдында турган парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер үчүн чыгарылышынын регулярланган асимптотикасы тургузулган. Пределдик операторунун спектри нөл чекити менен катар стабилдүү болбогон чекити камтыган учурлар изилденген. Булардан сырткары пределдик операторунун спектри эселүү нөлгө барабар болбогон чекиттерди камтыган жана ал бир гана жордан торчосуна эквиваленттүү болгон маселенин асимптотикалык чыгарылышынын түзүмү аныкталган жана тургузулган.

РЕЗЮМЕ

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

Диссертация «Асимптотика решения сингулярно возмущенных параболических задач с кратной точкой спектра» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: асимптотика, параболическое уравнение, погранслойные функции, параболические погранслойные функции, сингулярно возмущенные задачи.

Объект исследования. Объектом исследования являются уравнения в частных производных параболического типа с малым параметром (скалярные и системы уравнений): при различных вхождений малого параметра и кратной точкой спектра, а также при отсутствии спектра предельного оператора.

Предмет исследования. Сингулярно возмущенные параболические задачи с кратной точкой спектра предельного оператора.

Цель исследования: построение асимптотического решения задач для дифференциальных уравнений параболического типа с малым параметром.

Методы исследования: при построении регуляризованной асимптотики решения задач, изучаемых в диссертационной работе, используется метод С.А.Ломова, который модифицировал профессор Омуралиев А.С. для исследований сингулярно возмущенных параболических задач.

Полученные результаты и их новизна: Построена регуляризованная асимптотика решения параболического уравнения с нулевой кратной точкой спектра, когда малый параметр стоит перед производной по времени и при всех производных и когда предельный оператор имеет кратную нулевую точку спектра. Изучены случаи, когда предельный оператор, наряду с кратной нулевой точкой спектра, содержит и нестабильную точку спектра. Рассматривается задача с кратной ненулевой точкой спектра предельного оператора, который эквивалентен одной жордановой клетке, изучена асимптотическая структура решения и построена его асимптотика. Построена асимптотика решения параболической задачи при отсутствии спектра предельного оператора.

SUMMARY

Kulmanbetova Sagunbubu Musekovna

Dissertation "Asymptotics of solutions of singularly perturbed parabolic equations with a multiple point of the spectrum" submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: asymptotics, parabolic equation, boundary layer functions, parabolic boundary layer functions, singularly perturbed problems.

Object of research: the object of the study are partial differential equations of parabolic type with a small parameter (scalar systems of equations). For various occurrences of a small parameter and a multiple point of the spectrum, as well as in the absence of the spectrum of the limit operator. Cases are considered when the spectrum of the limit

Subject of research: operator contains both zero and non-zero, as well as unstable points.

singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum of the limit operator.

The aim of the research: constructing an asymptotic solution of problems for differential equations of parabolic type with a small parameter.

Method of the research: in the research in constructing of the regularized asymptotic solutions of problems S.A. Lomov's method which was modified by A.S Omuraliev for the study of singularly perturbed parabolic problems with a multiple point of the spectrum is used.

The results and their novelty: The asymptotics of the solution of a parabolic equation with a zero multiple point of the spectrum is constructed even when the small parameter stands in front of the time derivative and for all derivatives when the limit operator has a multiple zero point of the spectrum. The cases when the limit operator with a multiple zero point of the spectrum which contains an unstable point of the spectrum is studied.

The task with a multiple zero point of the spectrum of the limit operator which is equivalent to one Jordan cell is studied. Asymptotic structure of the solution is learned and its asymptotics is constructed.

ШАРТУУ БЕЛГИЛӨӨЛӨР

ε - кичине, оң параметр.

δ_j^k – Кронекердин символу - 1 ге барабар эгерде $j=k$ болсо, антпесе 0 го барабар.

ОДУ – кадимки дифференциалдык теңдеме.

$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty} \exp(-s^2)\, ds$ - ыктымалдуулуктун кошумча интегралы.

$\partial\Omega$ - Ω. областынын чеги

$\langle\cdot,\cdot\rangle$ - скалярдык көбөйтүү (эки функциянын көбөйтүндүсүнүн интегралы) функционалдык мейкиндикте.

Кулманбетова Сагынбүбү Мусековна

СПЕКТРИНИН ЧЕКИТИ ЭСЕЛҮҮ СИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ПАРАБОЛАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУНУН АСИМПТОТИКАСЫ

Басып чыгарууга кол коюлду ________________. Формат 60х84$_{1/16}$
Офсеттик печать. Көлөмү 1,25 б.б.
Тираж 100 экз. Заказ ______