КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж. БАЛАСАГЫН атындагы КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.19.598 Диссертациялык кеңеш

Кол жазма укугунда
УДК 517.9

ДЖЭЭНБАЕВА ГУЛГААКЫ АБДЫКААРОВНА

ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ ИНТЕГРАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН АСИМПТОТИКАЛЫК ЖАНА АНАЛИТИКАЛЫК КАСИЕТТЕРИ

01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер,
динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн
жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2020

Диссертациялык иш Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунда аткарылган.

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Байзаков Асан Байзакович**, (Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институту, «Колдонмо математика жана информатика» лаборатория башчысы)

Расмий оппонеттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын мүчө-корр. **Алымкулов Келдибай,** (Ош Мамлекеттик университетинин фундаменталдык изилдөөлөр институтунун директору)

физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент **Курманбаева Айнура Кудайбергеновна,** (Кыргыз-Орус Славян университети, «Жогорку Математика» кафедрасы)

Жетектөөчү мекеме: М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университети, «Колдонмо математика» кафедрасы 723503, Ош шаары, Исанов көчөсү 81а.

Диссертацияны коргоо 2020-жылдын 4-мартында саат $\underline{14^{00}}$ дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунда жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору(кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д.01.19.598 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт. Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси 265-а, 374-дарскана.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Борбордук илимий китепканасынан, Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун www.math.aknet.kg сайтынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси 265-а.

Автореферат 2020-жылдын «03» - февралында таркатылган.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к. Шаршембиева Ф.К.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясында асимптотикалык жана аналитикалык усулдар негизги орунду ээлейт. Бул төмөндөгү менен түшүндүрүлөт, дифференциалдык теңдемелер теориясында каралган маселелер, сандык жана функционалдык татаал көз карандылыгынан, маселеге кирген, көпчүлүгү айкын чыгарылышка ээ эмес.

Бирок чыгарылышты туура көрсөтүү жээ жакындатылган чыгарылышын сезилерлик жөнөкөйлөөтүү менен табуу кыскартууга болот, эгерде кээ бир параметирлери эң кичине же эң чон болсо. Ушул типтеги маселелерди чыгаруу үчүн асимптотикалык жана аналитикалык усулдарга көңүл бурулат.

Адабияттарды изилдөө менен чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун дифференциалдык жанан интегралдык теңдемелердин асимптотикалык жанан аналитикалык теориясында кеңири колдонуларын көрсөттү. Жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугун жана жекечелигин аныктоо чыгарылыштарынын түзүлүшү өзгөртүп түзүү усулу кээ бир учурда колдонулат.

Изилденген жумуштарды илимий адабияттардан талдоо менен, сызыктуу эмес айрым туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелер, Вольтерра интегралдык жана Вольтерра интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясынын көптөгөн актуалдуу маселелери дагы эле каралган эмес. Ар түрдүү маселелердин арасында сызыктуу эмес динамикалык системалар теориясында пайда болуучу: жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелердеги Коши маселесинин чыгарымдуулугу жана чыгарылыштын түзүлүшү; өзгөчө чекиттин айланасындагы Вольтерра интегралдык теңдемесинин жоголуучу чыгарылышын табуу талашсыз актуалдуу маселелердин бири болот.

Диссертация темасынын илимий-изилдөө долбоорлор менен байланышы. КР УИАнын Математика институтунун проектери алкагында даярдалган: «Асимптотикалык, топологиялык жана аналитикалык усулдардын өнүгүүсү жана динамикалык жана башкаруу системаларын, тескери жана экономикалык маселелерди оптималдаштыруу жана геофизикалык прцесстерди компьютердик моделдештирүү » (2014-2017), мамкаттоо № 0007125; «Асимптотикалык, топологиялык жана аналитикалык усулдардын өнүгүүсү жана бир калыпта топологиялык жана кинематикалык мейкиндикте, динамикалык системаларда экономикалык маселелерди оптималдаштыруу, математикалык моделдештирүү” (2018-2020), мамкаттоо № 0007664.

Жумуштун жыйынтыктары долбоорлор боюнча корутунду жана ортодогу отчетторунда киргизилген.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Бул диссертациялык жумуш В.Вольтерра, А.Пуанкаре, А.М.Ляпунов, Я.Горн, Э.И.Грудо, Я.В.Быков, М.И. Иманалиев, П.С.Панков, Т.М.Иманалиев, К.К.Какишов, А.Б.Байзаков, А.Асановдордун изилдөөлөрүнүн уландысы болуп жана келечекте чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун колдонуу менен жекече туундулуу дифференциалдык жана интегралдык теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү изилдөө жана чыгарылыштарынын түзүлүшүн табуу.

Изилдөөнүн максаттары. Жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү шарттарын аныктоо жана чыгарылыштарынын түзүлүшүн табуу;

- параметрлүү жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоонун шарттарын табуу;
- квази сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чектик маселесинин мезгилдүү чыгарылыштарынын жашашынын шарттарын табуу;
- Вольтерра интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарына бош мүчөнүн жана ядронун өзгөчөлүктөрүнүн таасирин аныктоо;
- өзгөчөлүктөрү бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чыгарылыштарынын асимптотикалык түзүлүшүн табуу.

Изилдөөнүн ыкмалары. Иште чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулу, дифференциалдык теңдемелердин аналитикалык жана асимптотикалык теориясынын жана функционалдык анализдин ыкмалары колдонулган.

Иштин илимий жаңылыгы. Коргоого төмөндөгүдөй жоболор сунушталат:

Чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун колдонуу менен жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү шарттарын аныктоо жана чыгарылыштарынын түзүлүшүн табуу.

Чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун колдонуу менен параметрлүү жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоонун шарттарын табуу.

Квази сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чектик маселесинин мезгилдүү чыгарылыштарынын жашашынын шарттарын табуу.

Вольтерра интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарына бош мүчөнүн жана ядронун өзгөчөлүктөрүнүн таасирин аныктоо.

Өзгөчөлүктөрү бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык түзүлүшү тургузуу.

Алынган жыйынтыктардын практикалык жана теориялык баалуулугу. Диссертация негизинен теориялык мүнөзгө ээ. Диссертациянын жыйынтыгы сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык(интегро-дифференциалдык) теңдемелердин башка бөлүктөрүндө, математикалык физиканын теңдемелеринде, ошондой эле кадимки техникалык объектерде дифференциалдык жана интегралдык системалардын колдонуусунда пайдаланышы мүмкүн;

Изденүүчүнүн өздүк салымы. Диссертациянын бардык жыйынтыктарын алуу, усулду колдонуу жана схемасы изденүүчүгө таандык. Маселелердин коюлушу илимий жетекчи А.Б. Байзаковго таандык.

Жыйынтыктарды апробациялоо. Бул диссертациянын жыйынтыктары төмөндөгү семинарларда билдирилген жана талкууланган: КР УИА математика институту(жетекчи - академик А.А.Бөрүбаев) жана төмөнкү конференцияларда: Эл аралык илимий-практикалык конференция «Информациялык технологиялар: инновация илимде жана билим берүүдө», Казакстан, Актобе, 2015; КР УИА МИ «II Бөрүбаевдик окуу» Эл аралык илимий конференциясы, Бишкек, 2018, КР УИА математика институтунун түптөлүшүнүн 35 жылдыгына арналган «III Бөрүбаевдик окуу» Эл аралык илимий конференциясы. – Бишкек, 2019.

Диссертациянын жыйынтыктары жарыя наамаларда толук чагылдырылышы. Диссертациянын негизги мазмуну 9 [1-9] макалада (алардын экиси чет өлкөлөрдө) жарыяланган, ошондой эле 4 [10-13] сүйлөп чыгуунун тезиси жарыяланган. Илимий жетекчи бирге жарыяланган макалаларда маселелердин коюлушу илимий жетекчиге таандык, [1] макалада жыйынтыктарды талкулоо авторлошко таандык.

Диссертациянын көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация киришүүдөн, үч баптан, корутундуудан, 97 аталышты кармаган адабияттардын тизмегинен турат. Тексттин көлөмү 90 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН МАЗМУНУНУН КЫСКАЧА БАЯНДАМАСЫ

Киришүүдө теманын актуалдуулугу негизделген, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты жана маселеси, илимий жанылыгы, практикалык балуулугу, коргоого алынып чыгарылган негизги баяндамасы берилген.

«Адабияттар баяндамасы» **1-бабында** диссертациянын темасы боюнча адабияттар баяндамасы камтылган. Негизги түшүнүктөр жана аныктамалар келтирилген, диссертациянын темасы боюнча адабияттар баяндамасы камтылган жана дифференциалдык теңдемелердин асимптотикалык жана аналитикалык теориясынан кошумча жыйынтыктар келтирилген.

Изилдөөнүн усулдары жана материалдары» **2-бабында** изилдөөнүн предметин жана объектин баяндоого, коюлган маселени чыгарууга пайдаланылган усулга арналган.

Изилдөөнүн объектиси: дифференциалдык жана интегралдык теңдемелердин чыгарымдуулугу жана чыгарылыштарынын түзүлүшү, дифференциалдык жана интегралдык теңдемелердин чыгарылыштарынын аналитикалык жана асимптотикалык касиеттери, Вольтерра интегралдык теңдемелеринин мезгилдүү чыгарылыштары. Өзгөчө чекити бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштары.

Изилдөөнүн предмети: Жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер (скалярдык жана теңдемелер системасы) жана Вольтерра интегралдык теңдемеси.

Изилдөөнүн ыкмалары: чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулу, дифференциалдык теңдемелердин аналитикалык жана асимптотикалык теориясынын жана функционалдык талдоонун ыкмалары колдонулган.

3-бапта өздүк изилдөөнүн жыйынтыгы жана талкуусу келтирилген.

3.1 бөлүмүнүн максаты төмөнкү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн Коши маселесинин чыгарымдуулугун изилдөөгө аналитикалык усул колдонулат:

$$u_{ttx}(t,x)+\alpha u_{tx}(t,x)+\beta u_{tt}(t,x)+\alpha\beta u_t(t,x)+(\alpha+1)u_x(t,x)+\beta(\alpha+1)u(t,x)= \qquad (3.1.1)$$

$$= f(t,x,u(t,x))+\int_0^t K(t,s,x,u(s,x))ds,\ (t,x)\in D=[0,T]\times R,$$

$$u(0,x)=\varphi(x), x\in R,\ u_t(0,x)=\psi(x), x\in R, \qquad (3.1.2)\text{-}(3.1.3)$$

баштапкы шарты менен. Мында $\alpha,\ \beta$ - кандайдыр бир оң турактуулар, $f(t,x,u)\in C([0,T]\times R\times R),\ K(t,x,s,u)\in C([0,1]\times R\times(0\le s\le t)\times R)$ - берилген функциялар; $\varphi(x),\ \psi(x)$ - (3.1.1)ге кирген өзүнүн туундулары менен кошо бир калыпта чектелен, берилген үзгүлтүксүз функциялар.

(3.1.1)-(3.1.3) Коши маселесинин чыгарылышын төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x)=c(t,x)+\int_0^t\int_{-\infty}^x e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\rho)}\sin(t-s)Q(s,\rho)d\rho ds \qquad (3.1.4)$$

мында $c(0,x)=\varphi(x)$, $c_t(0,x)=\psi(x)$, барабардыктары орун алуучу белгилүү функция, $Q(t,x)$ - аныктоону талап кылган белгисиз жаңы функция.

Төмөнкү далилденди:

3.1.1-ТЕОРЕМА. Эгерде D аймагында $c(t,x),\ c(0,x)=\varphi(x)$ функциялары менен (3.1.1)ге кирген туундулары чектелсе, 2) $[0,T]\times R\times R, [0,1]\times R\times(0\le s\le t)\times R$ аймактарында $f(t,x,u), K(t,s,x,u)$ функциялары чектелсе ($\|f(t,x,u)\|\le M_1=const$; $\|K(t,s,x,u)\|\le M_2=const$) жана Липшиц шартын канааттандырса

($\|f(t,x,u_2)-f(t,x,u_1)\|\le L\|u_2-u_1\|$, $\|K(t,s,x,u_2)-K(t,s,x,u_1)\|\le N\|u_2-u_1\|$)

3) $\dfrac{L+NT}{\alpha\beta}\le\dfrac{1}{2}$ анда D аймагында (3.1.1)-(3.1.3) баштапкы маселе чектелген чыгарылышка ээ болот.

3.2 бөлүмдө

$$u_{ttxy}(t,x,y)+2\alpha u_{txy}(t,x,y)+\gamma u_{ttx}(t,x,y)+\beta u_{tty}(t,x,y)+2\alpha\beta\ u_{ty}(t,x,y)\ +$$
$$+\alpha^2 u_{xy}(t,x,y)+\alpha^2\beta u_y(t,x,y)+2\gamma\alpha u_{tx}(t,x,y)+\gamma\beta u_{tt}(t,x,y)+$$
$$+2\alpha\beta\gamma u_t(t,x,y)\ +\ \alpha^2\gamma u_x(t,x,y)+\alpha^2\beta\gamma u(t,x,y)= \qquad (3.2.1)$$
$$f\left(t,x,y,u(t,x,y)\right)+\int_0^t K(t,s,x,y,u(s,x,y))ds,$$

$(t,x,y)\in D_2=[0,T]\times R^2$ жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемеси менен

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y),(x,y)\in R^2,\ u_t(0,x,y)=\psi(x,y),(x,y)\in R^2, \qquad (3.2.2)\text{-}(3.2.3)$$

баштапкы шарттары каралат. Мында $\alpha,\beta,\ \gamma$ - кандайдыр бир оң турактуулар.
(3.2.1)-(3.2.3) маселесинин чыгарылышын төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x,y)=c(t,x,y)+$$
$$+\int_0^t\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\mu)-\gamma(y-\nu)}\sin(t-s)Q(s,\mu,\nu)\,d\nu d\mu ds, \qquad (3.2.4)$$

мында $c(t,x,y)$ - белгилүү функция жана $c(0,x,y)=\varphi(x,y), c_t(0,x,y)=\psi(x,y)$ барабардыктары аткарылат, $Q(t,x,y)$ - жаңы изделүүчү функция.

3.2.1-ТЕОРЕМА. Эгерде $f(t,x,y,u)\in \bar{C}([0,T]\times R\times R\times R)\cap Lip\left(L|_u\right)$, $K(t,s,x,y,u)\in \bar{C}\left((0\le s\le t\le T)\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_1|_u\right)$, $\dfrac{(L+L_1T_0)}{\alpha\beta\gamma}<1,\ T_0\le T$ болсо,

анда (3.2.1)-(3.2.3) Коши маселеси (3.2.4) түрдө көрсөтүлүүчү $u(t,x,y)\in \bar{C}^{(2,1,1)}([0,T_0]\times R\times R)$ чыгарылышына ээ.

3.3 бөлүмүндө параметирлүү жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасында Коши маселесин карайлы

$$\varepsilon\left[u_t(t,x,y)+u_x(t,x,y)+u_y(t,x,y)\right]+$$
$$+A(t,x,y,\varepsilon)u(t,x,y)=f\left(t,x,y,u(t,x,y),\varepsilon\right)+\int_0^t K\left(t,s,x,y,u(s,x,y),\varepsilon\right)ds, \qquad (3.3.1)$$

мында $t\in[0,T],\ (x,y)\in R\times R,\ \ u(0,x,y)=\varphi(x,y).$ (3.3.2)

баштапкы шарттары менен.
(3.3.1)-(3.3.2) Коши маселесинин чыгарылышын төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x,y)=\varphi(x-t,y-t)+\int_0^t e^{-\frac{\alpha(t-s)}{\varepsilon}+\frac{\beta s}{\varepsilon}}\frac{1}{\varepsilon}Q(s,x-t+s,y-t+s)ds\,. \qquad (3.3.3)$$

мында $Q(t,x,y)$– аныктоону талап кылган белгисиз функция.

3.3.1-ТЕОРЕМА. Эгерде $A(t,x,y,\varepsilon)\in \bar{C}([0,T]\times R\times R)$,
$f(t,x,y,u)\in \bar{C}([0,T]\times R\times R\times R)\cap Lip\left(L_1|_u\right)$

$K(t,s,x,y,u,\varepsilon)\in \bar{C}\left((0\le s\le t\le T)\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_2\big|_u\right), \varphi(x,y)\in \bar{C}^1\left(R\times R\right).$

болсо, анда $\exists\, T_0>0$ жашап, (3.3.1), (3.3.2) Коши маселеси чыгарылышка ээ болот, $u(t,x,y)\in \bar{C}^{(1,1,1)}\left(\left[0,T_0\right]\times R\times R\right)$, жана (3.3.3) көрүнүштө жазууга мүмкүн болот.

$$\varepsilon^3 u_{txy}+\varepsilon\left(u_t+u_x+u_y\right)+A(t,x,y)u=f(t,x,y,u),\, t\in[0,1],\ (x,y)\in R\times R \qquad (3.3.9)$$

теңдемеси менен (3.3.2) баштапкы шарттарын карайлы.

(3.3.9), (3.3.2) Коши маселесинин чыгарылышын төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x,y)=\varphi(x,y)+\int_0^t\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}s+\frac{\beta}{\varepsilon}\mu+\frac{\gamma}{\varepsilon}\nu}\frac{1}{\varepsilon^3}Q(s,\mu,\nu)\,d\mu\, d\nu\, ds, \qquad (3.3.10)$$

мында $Q(t,x,y)$ – белгисиз функция, α,β,γ - кандайдыр бир оң турактуулар.

3.3.2-ТЕОРЕМА. Эгерде $f(t,x,y,u)\in \bar{C}\left(\left[0,T\right]\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L\big|_u\right)$ болсо, анда $\exists T_0>0$, жашап (3.3.9), (3.3.2) Коши маселеси $u(t,x,y)\in \bar{C}^{(1,1,1)}\left(\left[0,T_0\right]\times R\times R\right)$, жалгыз чыгарылышка ээ жана аны (3.3.10) көрүнүштө жазууга болот.

3.4 бөлүмүндө параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемеси менен (3.1.2)-(3.1.3) шарттар каралган:

$$\varepsilon^3 u_{ttx}+\alpha\varepsilon^2 u_{tx}+\beta\varepsilon^2 u_{tt}+\alpha\beta\varepsilon u_t+\left(\alpha+1\right)\varepsilon u_x+\beta\left(\alpha+1\right)u=f(t,x,u(t,x))+$$
$$+\int_0^t K(t,s,x,u(s,x))ds \qquad (3.4.1)$$

мында $\alpha,\ \beta$ - кандайдыр бир оң турактуулар, $f(t,x,u)$, $K(t,x,s.u)$ - белгилүү үзгүлтүксүз функциялар; $\varphi(x),\ \psi(x)$ - берилген үзгүлтүксүз (3.4.1)ге кирген туундулары менен бирге бир калыпта чектелген функциялар болсун.

Ал Коши маселесинин чыгарылышын төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x)=c(t,x)+\int_0^t\int_{-\infty}^x e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(t-s)-\frac{\beta}{\varepsilon}(x-\rho)}\frac{1}{\varepsilon^2}\sin\frac{1}{\varepsilon}(t-s)Q(s,\rho)d\rho ds \qquad (3.4.4)$$

Мында $c(t,x)$ $\left(c(o,x)=\varphi(x)\quad c_t(o,x)=\psi(x)\right)$ барабардыгы орун алуучу белгилүү функция, $Q(t,x)$ - аныктоону талап кылган белгисиз жаңы функция.

3.4.1-ТЕОРЕМА. Эгерде 1) D аймагында $c(t,x),\ c(0,x)=\varphi(x)$ функциялары (3.4.1) ге кирген туундулары менен бирге бир калыпта чектелген функциялар болсо; 2) дал келген аймактарда $f(t,x,u)$, $K(t,s,x,u)$ функциялары үзгүлтүксүз жана чектелген ($\left\|f(t,x,u)\right\|\le M_1=const\,;\left\|K(t,s,x,u)\right\|\le M_2=const$) болсо, Липшиц шартын канааттандырса: ($\left\|f(t,x,u_2)-f(t,x,u_1)\right\|\le L\left\|u_2-u_1\right\|$, $\left\|K(t,s,x,u_2)-K(t,s,x,u_1)\right\|\le L_1\left\|u_2-u_1\right\|$), 3) $\frac{L+L_1T}{\alpha\beta}\le\frac{1}{2}$ болсо, анда (3.4.1)-(3.1.2)-(3.1.3) баштапкы маселе чектелген чыгарылышка ээ болот.

3.5 бөлүмүндө (3.1.2)-(3.1.3) баштапкы маселеси

$$\frac{\partial^2 L[u]}{\partial x^2}+2\alpha\frac{\partial L[u]}{\partial x}+(\alpha^2+1)L[u]=f\left(t,x,u,u_t,u_x\right)+\int_0^t K\left(t,s,u\left(s,x\right)\right)ds, \qquad (3.5.1)$$

теңдемеси үчүн каралган. Мында
$L[u]=u_{tt}+2pu_t+(p^2+1)u, t\in[0,T],\ x\in R,\ \alpha,p\in R_+$

Чыгарылышты төмөнкү түрдө издейбиз:

$$u(t,x)=c(t,x)+ \\ +\int_0^t\int_{-\infty}^x e^{-\alpha(x-s)-p(t-\nu)}\sin(x-s)\sin(t-\nu)Q(\nu,s)\,dsd\nu \qquad (3.5.4)$$

3.5.1-ТЕОРЕМА. Эгерде $f(t,x,u,u_t,u_x)\in\overline{C}\left([0,T]\times R\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_1\big|_u\right)$, $K(t,s,x,u)\in\overline{C}\left((0\le s\le t\le T)\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_2\big|_u\right)$, $\varphi(x)\in\overline{C}^2\left(R\right),\psi(x)\in\overline{C}^2\left(R\right)$болсо, анда $\forall T_0>0$ жашап, (3.5.1)- (3.1.2)-(3.1.3) баштапкы маселеси $u(t,x)\in\overline{C}^{(2,2)}\left([0,T_0]\times R\right)$ чыгарылышка ээ болот жана (3.5.4) түрдөгү интегралдык көрүнүш аткарылат. Андан сырткары (3.5.1) теңдемеге кирген туундулар бир калыпта чектелген болот.

3.6 бөлүмүндө Вольтерра интегралдык теңдемесинин экинчи түрү каралган

$$u(t)=\int_0^t K(t,s)u(s)ds+f(t), \qquad (3.6.1)$$

мында $K(t,s)$– квадраттык матрицалык функция; а $f(t)$ – вектор-функция $-\infty < s, t<\infty, -\infty<t<\infty$, тиешелүү аймакта аныкталган жана үзгүлтүксүз, мында

$$K(t+\omega,s+\omega)=K(t,s),\quad f(t+\omega)=f(t), \qquad (3.6.2)$$

мезгилдүү чыгарылыштын жашоосунун маселеси.

Вольтерра операторунун мезгилдүү эместигинен көйгөй: Вольтерра интегралдык теңдемеси үчүн мындай класстагы мезгилдүү чыгарылышын жашоо үчүн бөлүп алуу.

3.6.1-ТЕОРЕМА. *u(t)* менен Вольтерра интегралдык теңдемеси (3.6.1), (3.6.2) жана *u(t+ω)* функциясы качан жана качан гана, *u(t)* үчүн төмөндөгү шарт аткарылса

$$\int_0^\omega K(t+\omega,s)u(s)ds=0 \qquad (3.6.4)$$

Мисал 3.6.1. Экинчи түрдөгү Вольтерра интегралдык теңдемеси үчүн

$$u(t)+\int_0^t \sin s\, u(s)\,ds=\cos t+2\sin^2 t \qquad (3.6.10)$$

(3.6.2)нин баардык шарттары аткарылса, мында $\omega=2\pi$. (3.6.10) теңдемеси $u(t)=\cos t,$ мезгили $\omega=2\pi$ болгон чыгарылышка ээ болот. Бул учурда (3.6.4) шарты төмөндөгүдөй жазылат $\int_0^{2\pi}\cos s\sin s ds=0$, жана ал аткарылат.

Мисал 3.6.2. Биринчи түрдөгү Вольтерра интегралдык теңдемеси үчүн

$$\int_0^t (t-s)u(s)\,ds=t-\sin t \qquad (3.6.11)$$

ошондой эле (3.6.4) шарты аткарылат, мында $\omega=2\pi$.

$$u(t)=\int_0^t K(t,s)u(s)ds+F(t,u),t\in(-\infty,\infty), \qquad (3.6.12)$$

$$K(t+\omega,s+\omega)=K(t,s),F(t+\omega,u)=F(t,u) \qquad (3.6.13)$$

коэффициенттери мезгилдүү болгон теңдемеси каралган. Мында $K(t,s)$ - $n\times n$-матрица-функция, $F(t,u)$ - ($-\infty\le t\le\infty,\|u\|\le R,$) аймагында аныкталган жана үзгүлтүксүз n-вектор-функция. $u=u_\omega(t),t\in[0,\omega]$ (3.6.12), (3.6.13) үчүн $u(0)=u(\omega)$ мезгилдүү чектик маселесинин чыгарылышы болсун. $u=\tilde{u}_\omega(t)$ - $u_\omega(t)$ны бардык окко улантоо болсун. Далилделген: эгерде $\int_0^\omega K(t+\omega,s)u(s)ds=0$ болсо гана, ал функция (3.6.12), (3.6.13)тын чыгарылышы болот.

3.7 бөлүмдө эркин мүчөнү жана ядронун полюсунун Вольтерра интегралдык теңдемесинин чыгарылышына таасир этүүсү каралган. Белгилүү болгондой ядронун өзгөчөлүгү чечимге таасир этүүсү мурда изилденген, ядрону эки бутун функциянын жекечеси болсун дейли.

Алгач биринчи түрдөгү сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемеси каралган

$$\int_0^t K(t,s)u(s)ds=f(t),t\in[0,T], \qquad (3.7.1)$$

$f(t)$ эркин мүчөнүн полюсунун чыгарылышка таасир этүүсүн изилдейбиз.

Айталы , $K(t,s)$ жана f функциялары жетишээрлик жылмакай. Жалпыга төмөндөгүдөй жыйынтык белгилүү: Эгерде баардык t үчүн $K(t,t) \neq 0, f(0) = 0,$ орун алсын, анда (3.7.1) теңдемеси үзгүлтүксүз чыгарлышка ээ.

3.7.1-ТЕОРЕМА**.** Эгерде 1) $l = \{0 \leq s \leq t \leq T\}$ аймакта $K(t,s)$ функциясы үзгүлтүксүз жана t боюнча үзгүлтүксүз туундуга ээ болсо, 2) $K(0,0) \neq 0$, $f(0) = \infty$ жана $f(t)$ функциясы координата башталышында q тартиптеги полюс түрүндөгү өзгөчөлүккө ээ болсо б.а. $f(t) = {f_1(t)}/{t^q}$, $f_1(t) \neq 0.$, анда (3.7.1) интегралдык теңдемеси төмөнкү түрдөгү кенейтилген чыгарылышка ээ болот: $u(t) = \alpha\delta(t) + x(t),$ мында $\delta(t)$ - Дирак дельта функциясы, α кандайдыр бир туруктуу, $x(t)$ функциясы төмөнкү теңдемеден аныкталат :

$$t^q x(t) + \int_0^t N(t,s)x(s)ds = F(t) - {N(t,0)F(0)}/{N(0,0)} ,$$

<u>Мисал 3.7.1.</u> $u(t) = -\int_0^t \frac{\left(t^2 - 6s^2\right)}{s^3} u(s)ds$ Вольтерра интегралдык теңдемесин карайлы, ${u(t)}/{t^3} = v(t)$ белгилөө жүргүзүп төмөнкүнү алабыз:

$$t^3 v(t) = -\int_0^t \left(t^2 - 6s^2\right) v(s)ds \tag{3.7.12}$$

(3.7.12) теңдемеси эки параметирлүү чыгарылыштар топтомуна ээ болот $v(t) = c_1 t + c_2$, мында c_1, c_2 - эркин туруктуулар. Демек, $u(t) = c_1 t^4 + c_2 t^3$,

3.8 бөлүмдө төмөнкү түрдөгү сызыктуу система каралган

$$t^q u(t) = \int_0^t K(t,s)u(s)ds, \tag{3.8.1}$$

$q > 1 -$ бүтүн сан, мында $K(t,s) - n \times n$ өлчөмдүү матрица, $t = s = 0$ чекиттин айланасында голоморфтуу. Мейли λ_j –өздүк маани $K(0,0)$, $j = \overline{1,n}$. Белгилүү болгондой $\lambda_j -$ ар түрдүү болгон учурда жана $Re\,\lambda_j > 0$ болгондо мурда изилденеген. $Re\,\lambda_j > 0.$ жана $\lambda_j, j = \overline{1,n}$ эселүү маанини кабыл алган учурду карайлы. S аймак деп, t чокусу координата башталышы болгон комплекстүү тегиздиктеги ачык секторду түшүнөбүз. Берилген системанын чыгарылышы деп, S аймакта голоморфтуу жана (3.8.1) шартын канаатандырган, S $n \times 1$ –аймакта $u(t)$ матрица- функция. (3.8.1)ди t боюнча дифференцирлеп төмөнкү түрдөгү интегро-дифференциалдык теңдемени алабыз

$$t^q \acute{u}_t(t) = A(t)u(t) + \int_0^t \acute{K}_t(t,s)u(s)ds, \tag{3.8.2}$$

мында $A(t) = K(t,t) - qt^{q-1}I, I -$ бирдик матрица,

$$A(t) \sim \sum_{j=0}^{\infty} A_j t^j, t \to 0, t \in S. \quad (3.8.3)$$

(3.8.2) системаны кийинки учурда алгачкы катары карайбыз. Мейли, A_0 башкы матрицасынын өздүк маанилери эки группага бөлүнөт $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ жана $\lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n$, төмөнкү шарттар аткарылгандай $\lambda_j \neq \lambda_k, j \leq p, k > p$. Сызыктуу алгебрадан белгилүү болгондой $A(t)$ башкы матрицанын өздүк маанилери эки группага бөлүнсө $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ жана $\lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n$, төмөнкү шарттар аткарылгандай $\lambda_j \neq \lambda_k, j \leq p, k > p$, анда $A(t)$матрицасы блоктуу-диагналдуу матрицага окшош $diag\left(A^{11}(t), A^{22}(t)\right)$,мында $A^{jj}(t) \sim \sum_{i=0}^{\infty} A_i^{jj} t^i, t \to 0$, A_0^{11} башкы матрицасы төмөнкү өздүк мааниге ээ болот $\lambda_1, \dots, \lambda_{p,}$ а A_0^{22} −матрицасынын $\lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n$ өздүк маанилери. Ушул факттын негизинде $t \to 0$ умтулганда (3.8.2) нын асимптотикалык чыгарылышын табуу $A^{11}(t)$ жана $A^{22}(t)$ төмөнкү тартиптеги эки блок үчүн ушул түрдөгү теңдеменин чыгарылышына келтирилет. Ушул редукцияны кайталоо менен (3.8.2) түрдөгү кандайдыр бир теңдемелердин санын алууга болот, A_0^{jj}нин баардык өздүк маанилери барабар болгон, б.а. (3.8.2) түрдөгү удаалаш чектүү теңдемелерди алууга болот, A_0^{jj} негизги матрица ар биринде жалгыз гана тиешелүү эселүү болгон өздүк мааниге ээ болот. Айталы (3.8.2) ушундай редукциянын жыйынтыгы болот жана (3.8.3) барабардыгы орун алат, жана A_0^{jj} негизги матрица бирдей өздүк мааниге гана ээ. Анда жалпылыгын жоготпой, негизги матрицаны нильпотенттик деп атоого болот б.а. анын жалгыз өздүк маанисин эселүүгө тиешелүү нөлдүк деп эсептөөгө болот. Чындыгында эле эгерде λ_{rj}, A_0^{jj},нын жалгыз өздүк мааниси болсо анда өзгөртүп түзүү: $u(t) = zexp\frac{t^{-q+1}}{-q+1}\lambda_{rj}, j = \overline{1,r}, \sum_{j=1}^{r} r_j = n$, (3.8.2) теңдемесин төмөнкү түргө алып келет

$$t^q \acute{z}_t e^{\lambda_{rj}\frac{t^{-q+1}}{-q+1}} = \left(A^{jj}(t) - \lambda_{rj} I_{rj}\right) z e^{\lambda_{rj}\frac{t^{-q+1}}{-q+1}} + \int_0^t \frac{\partial K^{jj}(t,s)}{\partial t} z(s) e^{\lambda_{rj}\frac{s^{-q+1}}{-q+1}} ds,$$

мында $A(t) - \lambda_{rj} I_{rj}$матрицанын башкы мүчөсү, $A_0^{jj} - \lambda_{rj} I_{rj}$, б.а. нильпотенттик матрица. (3.8.2) теңдемесин өзгөртүп түзүлөт

$$t^q \acute{Z}_t = B(t)Z + \int_0^t b^*(t,s) Z(s) e^{\lambda_{rj}\frac{s^{-q+1} - t^{-q+1}}{-q+1}} ds, \quad (3.8.4)$$

$$B(t) = B_1(t) \oplus \dots \oplus B_2(t), \ b^*(t,s) = b_1^*(t,s) \oplus \dots \oplus b_2^*(t,s),$$

$$B_j(t) = \int_j^{-1}(t) K^{jj}(t,t) S_j(t) - \left[t^q \acute{S_j}(t)\right]_t, b_j^*(t,s) = S_j^{-1}(t) \frac{\partial K^{jj}(t,s)}{\partial t} S_j(s).$$

$$S_j(t) = diag(1, t^{g_j}, t^{2g_j}, \dots, t^{(n-1)g_j}, j = \overline{1,r}.$$

Анда (3.8.4) теңдемесин төмөнкү көрүнүштө жазууга мүмкүн болот.

$$t^{q-g_{j0}}\acute{Z}_t = t^{-g_{j0}}B(t)Z + t^{-g_{j0}}\int_0^t b^*(t,s)\,Z(s)e^{\lambda_{rj}\frac{s^{-q+1}-t^{-q+1}}{-q+1}}ds.$$

Белгилөө жүргүзөбүз $h_j = q - g_{j0}$, анда h_j бүтүн жана бөлчөк маанилерди кабыл алат. $K(0,0)$.негизги матрицанын өздүк маанилери эселүү болгон учурду (3.8.1) система үчүн алынгандарды формулировкалайбыз, Бардык өзгөртүп түзүүлөр акырында (3.8.1) ди асимптотикалык чыгарылышка алып келиш керек жана төмөнүраак тартиптеги системага колдонулат, өзгөрмөлөрдү өзгөртүп түзүүнүн бирөөсүн төмөндөгүдөй жазууга болот $u(t) = S(t)Zexp\frac{t^{-q+1}}{-q+1}\lambda_{rj}$,

Анда (3.8.1) түрдөгү теңдемесинин фундаменталдык матрицалык чыгарылышын алабыз, эселүү өздүк маани төмөндөгү учурда $u(t) = \hat{u}(t)e^{\tilde{A}(t)}\cdot C$, мында $\hat{u}(t) -$ даража боюнча асимптотикалык ажыралмага ээ $\tilde{A}(t) -$ диагоналдык матрица, мында диагоналдык элементтер төмөндөгү даража боюнча ажыралмага ээ $t^{-1/P}, c -$ эркин мамыча вектор.

3.8.1-ТЕОРЕМА. Эгерде $K(t,s) = n \times n -$матрица-функция, төмөндөгү чекиттин айланасында голоморфтуу $t = s = 0, t \in S$, мында $S -$ чокусу координата башталышы болгон, он жарым окту камтыган сектор жана $K(0,0)$, λ_{rj} эселүү өздүк мааниге ээ жана $Re\lambda_{rj} > 0, j = \overline{1,r}$ шарттар орун алса, анда (3.8.1) теңдемеси ар бир жетишээрлик кичине камтылган сектордо $S^* \in S$ төмөндөгү түрдөгү матрицалык чыгарылышка ээ болот $u(t) = \hat{u}(t)e^{\hat{A}(t)}$,мында $\tilde{A}(t) -$диагоналдык матрица, диогналдык элементтери $r_j, j = \overline{1,r}, \sum_{j=1}^{r} r_j = n$, тартиптеги диагоналдык матрица болгон, $p -$он саны боюнча ажыралмага ээ болгон, $\hat{u}(t)$ төмөндөгү даража боюнча асимптотикалык касиеттке ээ болот $t^{1/P}$.

ЖЫЙЫНТЫКТАР

1. Жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү шарттары аныкталды жана чыгарылыштарынын түзүлүшү табылды;
2. параметрлүү жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоо щарттары аныкталды;
3. квази сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чектик маселесинин мезгилдүү чыгарылыштарынын жашашынын шарттары табылды;
4. Вольтерра интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарына бош мүчөнүн жана ядронун өзгөчөлүктөрүнүн таасири маанилүү экени аныкталды;
5. өзгөчөлүктөрү бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык түзүлүшүн тургузулду.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси ф.-м.и.д., профессор Байзаков Асан Байзаковичке изилдөө көйгөйүн коюп бергендиги, баалуу кеңештери жана сунуштары үчүн терең ыраазычылыгын билдирет.

ЖАРЫЯЛАНГАН ИШТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Джээнбаева Г.А.** О влиянии полюса свободного члена и особенностей ядра на решение интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева, С.А. Керимбаева // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. –Бишкек, 2006. −Вып. №1. −Сер.№5. −С. 28-31.
2. **Джээнбаева Г.А.** О разрешимости начальной задачи сингулярно-возмущенной интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка [Текст]: Международная научно-практическая конференция «Информационные технологии: инновации в науке и образовании» Актюбинский региональный государственный университет им. К.Жубанова / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева. −Актюбинск, 2015. –С.131-135.
3. **Джээнбаева Г.А.** О разрешимости начальной задачи интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. –Бишкек, 2016. –Вып.№6. –С. 8-11.
4. **Джээнбаева Г.А.** Разрешимость и структура решений начальной задачи интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2017. – Вып.№5, –С.100-104.

5. **Джээнбаева Г.А.** О периодических решениях краевой задачи для квазилинейных интегральных уравнений Вольтерра [Текст] / Г.А.Джээнбаева // Международный научно-исследовательский журнал. 2018. –№8(74), –С.15-21. DOI: https//doi.org/10.23670/IRJ.2018.74.8.002. (РИНЦ РФ).
6. **Джээнбаева Г.А.** О разрешимости задачи Коши для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с параметром. [Текст] /Г.А.Джээнбаева // Международный научно-исследовательский журнал. – Екатеринбург, 2018. –№ 9 (75), часть I. – С.17-24. DOI:https//doi.org/10.23670/IRJ.2018.75.9.003. (РИНЦ РФ).
7. **Джээнбаева Г.А.** О асимптотической структуре решений системы интегральных уравнений Вольтерра с особенностью [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Известия ВУЗов Кыргызстана. – Бишкек, 2019. –Вып.№9. –С.3-8.
8. **Джээнбаева Г.А.** О разрешимости задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных высшего порядка [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Вестник ИМ НАН КР. – Бишкек, 2019. –С.123-128.
9. **Джээнбаева Г.А.** О начальной задаче интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка [Текст] / Г.А.Джээнбаева // Известия ВУЗов Кыргызстана. – Бишкек, 2019. – Вып.№9. –С.9-14.
10. **Джээнбаева Г.А.** О разрешимости начальной задачи интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике: НАН КР. – Бишкек, 2013. –С.33.
11. **Джээнбаева Г.А.** Разрешимость задачи Коши систем интегро-дифферен-циальных уравнений в частных производных первого порядка [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева, М.М.Шаршенбеков // Международная науч. конф. «Актуальные проблемы математики и информатики. – Алматы, 2015. – С.31.
12. **Джээнбаева Г.А.** Условия существования периодических решений краевой задачи для квазилинейных интегральных уравнений Вольтерра [Текст] / А.Б.Байзаков, Г.А.Джээнбаева // Тезисы докладов Международная научная конференция «II Борубаевские чтения». – Бишкек, 2018. –С.39.
13. **Dzheenbaeva G.A.** On the solvability of the Cauchy problem for integro-differential equations in partial derivatives of the fourth order. [Text] / A.B.Baizakov, G.A.Dzheenbaeva, K.A. Aitbaev // Тезисы докладов Международной научной конференции “III Борубаевские чтения”. – Бишкек, 2019. – С.40.

Джээнбаева Гулгаакы Абдыкааровнанын 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистик боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн сунушталган **« Жекече туундулуу интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын асимптотикалык жана аналитикалык касиеттери»** аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: интегралдык теңдеме, өзгөчө чекит, мезгилдүү чыгарылыш, жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме, жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме, баштапкы маселе.

Изилдөөнүн объектиси: дифференциалдык жана интегралдык теңдемелердин чыгарымдуулугу жана чыгарылыштарынын түзүлүшү, дифференциалдык жана интегралдык теңдемелердин чыгарылыштарынын касиеттери, Вольтерра интегралдык теңдемелеринин мезгилдүү чыгарылыштары. Өзгөчө чекити бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштары.

Иштин максаттары: жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү шарттарын аныктоо жана чыгарылыштарынын түзүлүшүн табуу; параметрлүү жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоо шарттарын табуу; квази сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чектик маселесинин мезгилдүү чыгарылыштарынын жашашынын шарттарын табуу; Вольтерра интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарына бош мүчөнүн жана ядронун өзгөчөлүктөрүнүн таасирин аныктоо; өзгөчөлүктөрү бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык түзүлүшүн табуу.

Изилдөөнүн ыкмалары: чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулу, дифференциалдык теңдемелердин аналитикалык жана асимптотикалык теориясынын жана функционалдык анализдин ыкмалары колдонулган.

Илимий жыйынтыктар: жекече туундулуу дифференциалдык (интегро-дифференциалдык) теңдемелери үчүн баштапкы маселенин чыгарымдуулугунун жетиштүү шарттары аныкталды жана чыгарылыштарынын түзүлүшү табылды; параметрлүү жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоо щарттары аныкталды; квази сызыктуу Вольтерра интегралдык теңдемелеринин чектик маселесинин мезгилдүү чыгарылыштарынын жашашынын шарттары табылды; Вольтерра интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарына бош мүчөнүн жана ядронун өзгөчөлүктөрүнүн таасири маанилүү экени аныкталды; өзгөчөлүктөрү бар Вольтерра интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык түзүлүшүн тургузулду.

РЕЗЮМЕ

диссертации **Джээнбаевой Гулгаакы Абдыкааровны «Асимптотические и аналитические свойства решений интегральных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных»** представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: интегральное уравнение, особая точка, периодическое решение, дифференциальное уравнение в частных производных, интегро-дифференциальное уравнение в частных производных, начальная задача.

Объект исследования: разрешимость и структура решений дифференциальных и интегральных уравнений, аналитические и асимптотические свойства решений дифференциальных и интегральных уравнений, периодические решения краевой задачи квазилинейных интегральных уравнений Вольтерра, асимптотическая структура решений системы интегральных уравнений Вольтерра особенностью.

Цели работы: выявить достаточные условия разрешимости задачи Коши и построить структуры решений новых классов ДУ в ЧП и ИДУ в ЧП. Найти условия существования решений начальной задачи для систем интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с параметром. Определить влияния полюса свободного члена и особенностей ядра на решение интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра.

Методика исследования: Использованы методы преобразования решений дифференциальных и интегральных уравнений, методы аналитической и асимптотической теории дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Научная новизна: Найдены достаточные условия разрешимости задачи Коши и построены структуры решений новых классов ДУ в ЧП и ИДУ в ЧП. Найдены условия существования решений начальной задачи для систем нтегро-дифференциальных уравнений в частных производных с параметром. Найдены достаточные условия существования периодических решений краевой задачи квазилинейных интегральных уравнений Вольтерра. Определены существенные влияния полюса свободного члена и особенностей ядра на решение интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра. Найдена асимптотическая структура решений системы интегральных уравнений Вольтерра с особенностью.

SUMMARY

Dzheenbaeva Gulgaaki Abdykaarovna

The dissertation "**Asymptotic and analytical properties of solutions of integral and integro-differential partial differential equations**" is presented for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in 01.01.02 specialty - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: integral equation, singular point, periodic solution, partial differential equation, partial differential integro-differential equation, initial value problem.

Object of study: solvability and structure of solutions of differential and integral equations, analytical and asymptotic properties of solutions of differential and integral equations, periodic solutions of the boundary value problem of quasilinear Volterra integral equations, asymptotic structure of solutions of a system of Volterra integral equations by a singularity.

Objectives: Find sufficient conditions for the solvability of the Cauchy problem and construct structures of solutions of new classes of partial differential equations and partial integro-differential equations. Find conditions for existence of solutions to the initial value problem for partial integro-differential equations with the parameter. Determine the influence of the pole of the free term and the features of the nucleus on the solutions of Volterra integral and integro-differential equations. Find asymptotic structure of the solutions of the system of Volterra integral equations with singularity is.

Research technique: methods ofr transforming solutions of differential and integral equations, methods of the analytical and asymptotic theory of differential equations and functional analysis.

Scientific novelty: Sufficient conditions for the solvability of the Cauchy problem are found and structures of solutions of new classes of integro-differential equations in partial derivatives and integro-differential equations are constructed. Conditions of the existence of solutions to the initial value problem for systems of partial differential integro-differential equations with a parameter are found. Sufficient conditions for the existence of periodic solutions of the boundary value problem of the quasilinear Volterra integral equations are found. The significant influence of the pole of the free term and the features of the nucleus on the solution of the integral and integro-differential Volterra equations are determined. The asymptotic structure of the solutions of the system of Volterra integral equations by a singularity is found.

ШАРТТУУ БЕЛГИЛӨӨЛӨР:

R^n – n-ченемдүү чыныгы евклиддик мейкиндик, анын чекиттери $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ (көбүнчө аталышы: вектор-мамыча); $R_+ := (0; +\infty)$; $I_{t_0} = [t_0, +\infty)$, $D = I_0 \times R$;

$\|x\|$ – вектордун нормасы $x = (x_1, \dots x_n)$: $\|x\|_0 = \max_k |x_k|$;

$\|x\|_2$ – вектордун евклиддик нормасы x: $\|x\|_2 = \sqrt{< x, x >} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$;

$\{x \in X : P(x)\}$ –же андан кыскараак $\{x : P(x)\}$ – $P(x)$ үчүн логикалык шарттар канаатандырылган, баардык x чекиттеринин көптүгү;

$\overline{C}^{\alpha, \beta, \dots}(\Omega \to \Lambda)$ –чектелишкен жана тиешелүү тартипке чейин туундусу менен бирге үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндиги;

M -чектелбеген областагы чектелген функциялардын классынын жогорку чектери; O, o – тартип символдору;

$Lip(L|_u, K|_v, \dots)$ – L коэффициенти менен u өзгөрмөсү боюнча, K коэффициетти менен v өзгөрмөсү боюнча ж.б. Липшица шарттын канаатандыруучу функциялар классы;

Берилген көп өзгөрмөлүү функциялардын төмөнкү индекси – анын тиешелүү аргументи боюнча айрым туундусун белгилейт:

$$\psi_{\xi_k}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \frac{\partial \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)}{\partial \xi_k}, \ k = 1, 2, \dots, n$$;

ИТ – интегралдык теңдеме;

ДТ – дифференциалдык теңдеме;

ВИТ- Вольтерра интегралдык теңдеме;

ИДТ – интегро-дифференциалдык теңдеме;

ВИДТ – Вольтерра интегро-дифференциалдык теңдеме;

АТДТ –жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме;

АТИДТ – жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме