ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Канетовой Динары Эменовны на тему «Равномерные структуры на пространствах и группах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

Впервые понятие равномерности ввел А. Вейль и рассматривал его как средство, пригодное в отличие от метрик для изучения топологических пространств без каких-либо предположений о счетности. Бурбаки, весьма подробно излагающий в своей книге теорию равномерных пространств, подчеркивает ее независимый характер, хотя она и очень тесно связана с теорией топологических пространств. Связь между этими двумя теориями основана на том, что равномерным пространствам и равномерно непрерывным функциям ставятся в соответствие топологические пространства и их непрерывные отображения. Теория равномерных пространств обладает сходством с теорией метрических пространств, но область ее применения значительно шире. В частности, каждая топологическая группа обладает тремя естественными равномерностями, которые применяются в теории топологических групп.

С понятием равномерности тесно связаны понятия равномерного покрытия и равномерной превдометрики. Для каждой равномерности $\mathcal{U}$ существует много псевдометрик, равномерных относительно $\mathcal{U}$, поэтому всякое пространство с топологией, индуцированной некоторой равномерностью, есть тихоновское пространство. В отличие от метрических пространств произведение любого семейства равномерных пространств есть равномерное пространство, поэтому нет нужды вводить ограничения на мощность семейства. Особые приложения равномерные структуры имеют в теории топологических групп. Здесь важную роль играют естественно определяемые в группе равномерные структуры. Многие полученные результаты в теории топологических групп связаны именно с этими структурами. Например, в доказательстве теоремы С. Какутани о метризуемости всякой топологической группы, удовлетворяющей первой аксиоме счетности, ключевую роль играет естественно определяемая в группе равномерная структура, называемая равномерностью. В настоящей диссертации посредством использования равномерных структур доказаны важнейшие свойства и утверждения, касающиеся топологических пространств, топологических групп и их отображений.

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, выводов, списка использованных источников из 84 наименований. В первой главе диссертации содержится краткий анализ основных этапов развития теоретико-множественной топологии, связанных с тематикой настоящей работы. Приведены некоторые понятия и утверждения других авторов, необходимые для последующих построений. Выделены те задачи теории топологических пространств, равномерных пространств, топологических групп и их отображений, которые остались нерешенными. Во второй главе очерчены проблемные ситуации топологических и равномерных пространств, топологических групп и их отображений. В концентрированном виде заключены направления поиска, важнейшие задачи, возможности и целесообразности их решения различными методами теоретико-множественной топологии.

Основные результаты диссертации представлены в третьей и четвертой главах. В третьей главе получены новые характеристики важнейших классов типа компактности и полноты тихоновских пространств при помощи равномерных структур. Исследованы локально компактные, паракомпактные и родственные к ним пространства посредством равномерных структур, а также μ-полнота равномерных пространств. В этой главе можно выделить следующие результаты:

ТЕОРЕМА 3.1.2. Тихоновское пространство X является линделёфовым тогда и только тогда, когда для каждой равномерности $\mathcal{U}$ равномерное пространство $(X,\mathcal{U})$ является (сильно) равномерно паракомпактным.

ТЕОРЕМА 3.2.6. Всякое равномерно локально счетно компактное пространство является счетно равномерно паракомпактным.

ТЕОРЕМА 3.3.3. Тихоновское пространство X является слабо μ-полным по Дьедонне пространством тогда и только тогда, когда универсальная равномерность является слабо μ-полной.

ТЕОРЕМА 3.4.4. Существует изоморфизм между частично упорядоченным множеством всех локально компактных и сильно паракомпактных расширений данного тихоновского пространства X и частично упорядоченным множеством всех предуниверсальных равномерностей пространства X, содержащих звездно конечное равномерное покрытие, состоящее из предкомпактных подмножеств.

В четвертой главе получена характеристика подгрупп сильно паракомпактных, суперпаракомпактных, и с индексом компактности $\leqslant \eta$ топологических групп. Исследованы локально линделёфовы и локально счетно компактные топологические группы, а также μ-полные группы. Исследованы (квази) совершенные отображения и ω-отображения равномерных пространств. Основные результаты четвертой главы следующие:

ТЕОРЕМА 4.1.4. Локально линделёфова топологическая группа $(G,\cdot,\tau)$ является паракомпактной.

ТЕОРЕМА 4.2.4. Пусть $f:(X,\mathcal{U}) \to (Y,\mathcal{V})$ — равномерно квазисовершенное отображение равномерного пространства $(X,\mathcal{U})$ на равномерное пространство $(Y,\mathcal{V})$. Тогда следующие свойства равномерных пространств сохраняются как в сторону образа, так и в сторону прообраза:

1) предкомпактность;
2) τ-ограниченность;
3) слабая секвенциальная полнота;
4) счетная равномерная паракомпактность.

ТЕОРЕМА 4.2.6. Равномерное пространство $(X,\mathcal{U})$ является счетно равномерно B-паракомпактным тогда и только тогда, когда для каждого конечно аддитивного счетного открытого покрытия ω пространства $(X,\mathcal{U})$ существует равномерно непрерывное ω-отображение f равномерного пространства $(X,\mathcal{U})$ на некоторое метризуемое равномерное пространство $(Y,\mathcal{V})$.

В заключении подведены итоги и приведены основные результаты работы. Результаты диссертации получены автором самостоятельно, новы, и прошли апробацию на международных конференциях и научных семинарах, под руководством авторитетных ученых. Результаты снабжены строгими доказательствами и изложены в научных статьях автора, опубликованных в ведущих научных журналах. Все выводы диссертации научно обоснованы. Таким образом, можно утверждать, что диссертационная работа «Равномерные структуры на пространствах и группах» является завершенным научным исследованием, обладающим внутренним единством, написанным на актуальную тему.

В работе имеются незначительные погрешности стилистического характера. В частности, теорему 3.2.4. правильно нужно сформулировать следующим образом: «Для того, чтобы тихоновское пространство X было локально линделёфовым и паракомпактным, необходимо и достаточно, чтобы его универсальная равномерность $\mathcal{U}_X$ содержала покрытие, состоящее из подмножеств, замыкание которых линделёфово». Однако эти погрешности никак не влияют на высокую ценность результатов диссертации.

Автореферат вполне соответствует содержанию диссертации, отражает поставленные в ней цели, задачи исследования и полученные результаты, имеет идентичное резюме на русском и английском языках.

Считаю, что диссертация Канетовой Динары Эменовны «Равномерные структуры на пространствах и группах» соответствует всем требованиям ВАК КР, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Канетова Динара Эменовна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Официальный оппонент,
Доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой общей топологии
и геометрии механико-математического
факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

Юрий Викторович Садовничий

почтовый адрес: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1
телефон: +79166217955, email: sadovnichiy.yu@gmail.com

Подпись Ю.В Садовничего заверяю

декан механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова, член-корреспондент РАН

А.И. Шафаревич